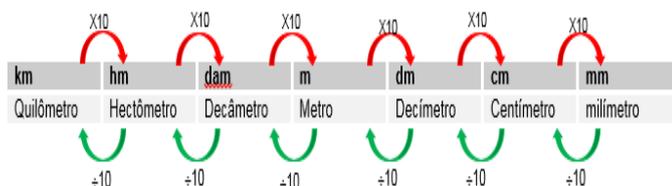


SISTEMA MÉTRICO

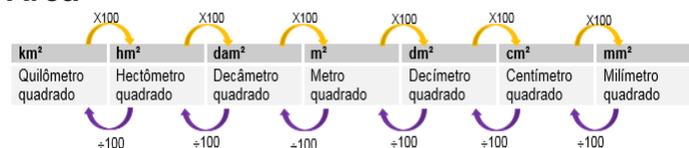
Um sistema de medidas é um conjunto de unidades de medida que mantém algumas relações entre si. O sistema métrico decimal é hoje o mais conhecido e usado no mundo todo. Na tabela seguinte, listamos as unidades de medida de comprimento do sistema métrico. A unidade fundamental é o **metro**, porque dele derivam as demais.

Sistemas de medidas:

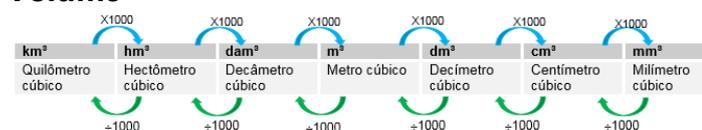
Comprimento



Área



Volume

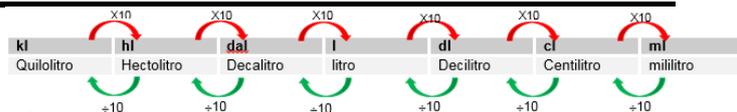


Existem outras unidades de medida mas que não pertencem ao sistema métrico decimal. Vejamos as relações entre algumas dessas unidades e as do sistema métrico decimal (valores aproximados):

- 1 polegada = 25 milímetros
- 1 milha = 1 609 metros
- 1 légua = 5 555 metros
- 1 pé = 30 centímetros

A noção de capacidade relaciona-se com a de volume. Se o volume da água que enche um tanque é de 7.000 litros, dizemos que essa é a capacidade do tanque. A unidade fundamental para medir capacidade é o litro (l); **1 litro equivale a 1 dm³**.

Cada unidade vale 10 vezes a unidade menor seguinte.

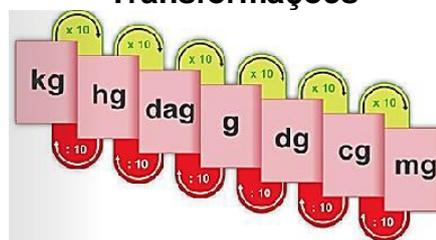


Outras relações entre unidades:

- Temos que:
- 1 m³ = 1000 l
- 1 dm³ = 1 l
- 1 cm³ = 1 ml

O sistema métrico decimal inclui ainda unidades de medidas de massa. A unidade fundamental é o grama(g).

Unidades de Massa e suas Transformações



Nomenclatura:

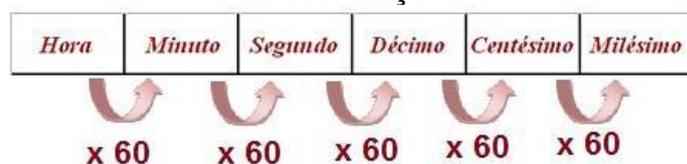
- Kg – Quilograma
- hg – hectograma
- dag – decagrama
- g – grama
- dg – decigrama
- cg – centigrama
- mg – miligrama

Dessas unidades, só têm uso prático o quilograma, o grama e o miligrama. No dia-a-dia, usa-se ainda a tonelada (t).

Medidas Especiais:

- 1 Tonelada(t) = 1000 Kg
- 1 Arroba = 15 Kg
- 1 Quilate = 0,2 g

Medidas de Tempo (Hora) e suas Transformações



Desse grupo, o sistema hora – minuto – segundo, que mede intervalos de tempo, é o mais conhecido.

A unidade utilizada como padrão no Sistema Internacional (SI) é o segundo.

1h = 60 minutos = 3 600 segundos

EXERCÍCIO

1. A maior piscina do mundo, registrada no livro Guinness, está localizada no Chile, em San Alfonso dei Mar, cobrindo um terreno de 8 hectares de área.

Sabe-se que 1 hectare corresponde a 1 hectômetro quadrado.

Qual é o valor, em metros quadrados, da área coberta pelo terreno da piscina?

- a) 8.
- b) 80.
- c) 800.
- d) 8.000.
- e) 80.000.

2. Uma chapa de alumínio com 1,3 m² de área será totalmente recortada em pedaços, cada um deles com 25 cm² de área. Supondo que não ocorra nenhuma perda durante os cortes, o número de pedaços obtidos com 25 cm² de área cada um, será:

- a) 52 000.
- b) 5 200.
- c) 520.
- d) 52.
- e) 5,2.

3. Nos Estados Unidos a unidade de medida de volume mais utilizada em latas de refrigerante é a onça fluida (fl oz), que equivale a aproximadamente 2,95 centilitros (cL).

Sabe-se que o centilitro é a centésima parte do litro e que a lata de refrigerante usualmente comercializada no Brasil tem capacidade de 355 mL.

Assim, a medida do volume da lata de refrigerante de 355 mL, em onça fluida (fl oz), é mais próxima de

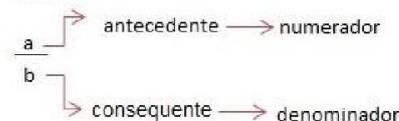
- a) 0,83
- b) 1,20
- c) 12,03
- d) 104,73
- e) 120,34

RAZÃO

É o quociente entre dois números (quantidades, medidas, grandezas). Sendo a e b dois números a sua razão, chama-se razão de a para b:

$$\frac{a}{b} \text{ ou } a:b, \text{ com } b \neq 0$$

Onde:



Exemplo:

1- Em um vestibular para o curso de marketing, participaram 3600 candidatos para 150 vagas. A razão entre o número de vagas e o número de candidatos, nessa ordem, foi de?

2 - Em um processo seletivo diferenciado, os candidatos obtiveram os seguintes resultados:

- Alana resolveu 11 testes e acertou 5
- Beatriz resolveu 14 testes e acertou 6
- Cristiane resolveu 15 testes e acertou 7
- Daniel resolveu 17 testes e acertou 8
- Edson resolveu 21 testes e acertou 9

O candidato contratado, de melhor desempenho, (razão de acertos para número de testes), foi:

Obs: Quando a e b forem medidas de uma mesma grandeza, essas devem ser expressas na mesma unidade.

Razões Especiais

Escala: Muitas vezes precisamos ilustrar distâncias muito grandes de forma reduzida, então utilizamos a escala, que é a razão da medida no mapa com a medida real (ambas na mesma unidade).

$$E = \frac{\text{medida no mapa}}{\text{medida real}}$$

Velocidade média: É a razão entre a distância percorrida e o tempo total de percurso. As unidades utilizadas são km/h, m/s, entre outras.

$$V = \frac{\text{distância percorrida}}{\text{tempo total}}$$

Densidade: É a razão entre a massa de um corpo e o seu volume. As unidades utilizadas são g/cm³, kg/m³, entre outras.

$$D = \frac{\text{massa do corpo}}{\text{volume do corpo}}$$

PROPORÇÃO

Proporção é uma igualdade entre duas razões.

Dizemos que os números **a, b, c, d** com $b \neq 0$ e $d \neq 0$ estão em proporção, na ordem dada, se, e semente, a razão entre **a** e **b** for igual à razão entre **c** e **d**. Indicamos esta proporção por:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ou } a:b = c:d \text{ (se lê: a está para b, assim como c está para d)}$$

Propriedade fundamental das proporções

1 - Em toda proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

2 - A razão formada pela soma ou subtração dos antecedentes e a soma ou subtração dos consequentes também são proporcionais as razões.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a \pm c}{b \pm d}$$

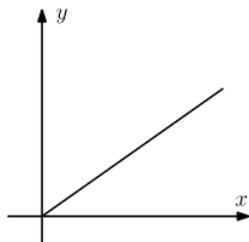
Grandezas diretamente proporcional

Dizemos que duas grandezas **a** e **b** são diretamente proporcionais quando a razão (divisão) entre **a** e **b** sempre dá o mesmo resultado, ou seja, é constante.

$$\frac{a}{b} = k$$

Gráfico

Se **a** e **b** são diretamente proporcionais, ao colocarmos os valores de uma tabela em um gráfico, o formato que ele toma é o de uma **reta que passa pela origem**.



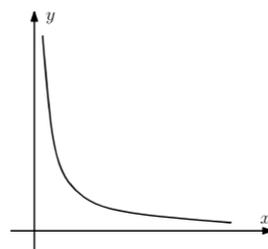
Grandezas inversamente proporcional

Dizemos que duas grandezas **a** e **b** são **inversamente proporcionais** quando o **produto** entre **a** e **b** é **constante**.

Gráfico:

Se duas grandezas **a** e **b** são inversamente proporcionais, seus valores em um gráfico

formam a figura matemática chamada **hipérbole**.



EXERCÍCIO

01 – Num exame, havia 180 candidatos. Tendo sido aprovado 60, a razão entre o número de reprovados e o de aprovados é de:

- a) $\frac{1}{2}$ b) 2 c) $\frac{1}{3}$ d) 3 e) 5

02 – Uma prova de matemática tem 10 questões. Um acertou 8 destas questões. Determine:

- a) A razão do número de questões que acertou para o total de questões.
 b) A razão do número de questões que errou para o número de questões que acertou.

03- Em um auditório 78 pessoas das quais 26 são mulheres. Determine a razão entre o número de homens e o total de pessoas no auditório.

- a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{4}{5}$ d) $\frac{3}{5}$ e) $\frac{2}{5}$

04- Os números 6, 16, x e 40 formam nessa ordem uma proporção. Nessas condições determine o valor de x.

05- Qual o número aumentado 2 unidades esta para 5 assim como 28 está para 20?

06- Um técnico bancário foi incumbido de digitar as 48 páginas de um texto. Na tabela abaixo, têm-se os tempos que ele leva para digitar tais páginas.

NÚMERO DE PÁGINAS	TEMPO (MINUTOS)
1	12
2	24
3	36
4	48

Nessas condições, mantida a regularidade mostrada na tabela, após 9 horas de digitação desse texto o esperado é que:

- a) ainda devam ser digitadas 3 páginas
- b) todas as páginas tenham sido digitadas.
- c) ainda devam ser digitadas 9 páginas.
- d) ainda devam ser digitadas 8 páginas.
- e) ainda devam ser digitadas 5 páginas.

07- Na série de razões :

$$\frac{A}{18} = \frac{B}{1} = \frac{X}{3}$$

Sabendo que A+B=190, então X+B vale:

- a) 38 b) 40 c) 42 d) 43 e) 44

08- Uma mistura é composta por 4 partes de álcool e 3 partes de água. Quantos litros de álcool há em 140 litros de mistura?

DIVISÃO EM PARTES PROPORCIONAIS

Uma forma de divisão no qual determinam-se valores(a,b,c,..) que, divididos por quocientes(x,y,z..) previamente determinados, mantêm-se uma razão que não tem variação.

Obs: A ordem dos elementos nas sequências proporcionais é fundamental.

A regra de sociedade é uma aplicação da divisão em partes proporcionais.

Divisão em partes diretamente proporcionais

Dadas duas sequências (a_1, a_2, \dots, a_n) e (b_1, b_2, \dots, b_n) diz-se que os números b_1, b_2, \dots, b_n são diretamente proporcionais a sequências a a_1, a_2, \dots, a_n . Quando:

$$\frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2} = \dots = \frac{b_n}{a_n} = \frac{b_1 + b_2 + \dots + b_n}{a_1 + a_2 + \dots + a_n} = k$$

Exemplo:

1 - Dividindo o número 1200 em partes diretamente proporcionais a 26, 34 e 40, obtemos A, B e C, tal que vale?

2 - O lucro de determinada empresa foi dividido entre seus três sócios, na proporção de 3, 5 e 9. Sabendo que o segundo sócio recebeu \$40 000 a mais do que o primeiro, responda qual foi o lucro total e quanto coube a cada sócio.

Divisão em partes inversamente proporcionais

Dadas duas sequências (a_1, a_2, \dots, a_n) e (b_1, b_2, \dots, b_n) diz-se que os números b_1, b_2, \dots, b_n são inversamente proporcionais a sequências a a_1, a_2, \dots, a_n . Quando:

$$\frac{b_1}{\frac{1}{a_1}} = \frac{b_2}{\frac{1}{a_2}} = \dots = \frac{b_n}{\frac{1}{a_n}} = \frac{b_1 + b_2 + \dots + b_n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}} = k$$

Exemplo:

1 - Ao efetuarmos corretamente a divisão do número 444 em partes inversamente proporcionais a 4, 5 e 6, encontramos respectivamente x, y e z. Nessas condições é correto afirmar:

- a) x é 120
- b) z é maior o maior dos três.
- c) y é maior que p valor de x
- d) y é um quadrado perfeito
- e) z é divisível por 9

2 - Dividindo a quantia de R\$ 945,00 em partes inversamente proporcionais a 6 e 8, teremos?

Obs: A problemas envolvendo grandezas direta e inversamente proporcionais:

Exemplo:

Para decompor o número 115 em três partes A, B e C diretamente proporcionais a 1, 2 e 3 e inversamente proporcionais a 4, 5 e 6, deve-se montar um sistema com 3 equações e 3 incógnitas de forma de $A + B + C = 115$ e tal que é igual a?

EXERCÍCIO

01 - (TRF 3ª) Quatro funcionários dividirão, em partes diretamente proporcionais aos anos dedicados para a empresa, um bônus de R\$36.000,00. Sabe-se que dentre esses quatro funcionários um deles já possui 2 anos trabalhados, outro possui 7 anos trabalhados, outro possui 6 anos trabalhados e o outro terá direito, nessa divisão, à quantia de R\$6.000,00. Dessa maneira, o número de anos dedicados para a empresa, desse último funcionário citado, é igual a:

- (A) 5. (B) 7. (C) 2. (D) 3. (E) 4.

02. (FCC/2014) Uma prefeitura destinou a quantia de 54 milhões de reais para a construção de três escolas de educação infantil. A área a ser construída em cada escola é, respectivamente, 1.500 m², 1.200 m² e 900 m² e a quantia destinada à cada escola é diretamente proporcional a área a ser construída. Sendo assim, a quantia destinada à construção da escola com 1.500 m² é, em reais, igual a :
 (A) 22,5 milhões. (B) 13,5 milhões. (C) 15 milhões. (D) 27 milhões. (E) 21,75 milhões.

03.(PC/SP – VUNESP/2014) Uma verba de R\$ 65.000,00 será alocada a três projetos diferentes. A divisão desse dinheiro será realizada de forma diretamente proporcional aos graus de importância dos projetos, que são, respectivamente, 2, 4 e 7. Dessa maneira, a quantia que o projeto mais importante receberá ultrapassa a metade do total da verba em
 (A) R\$ 2.500,00. (B) R\$ 9.000,00. (C) R\$ 1.000,00. (D) R\$ 5.000,00. (E) R\$ 7.500,00.

04. (PC/SP – VUNESP/2014) No ano de 2008, a Secretaria Nacional de Segurança Pública divulgou o Relatório Descritivo com o Perfil dos Institutos de Medicina Legal (IML) brasileiros. Nesse relatório, consta que, em 2006, as quantidades de IMLs nos Estados do Espírito Santo, de Minas Gerais, do Rio de Janeiro e de São Paulo eram, respectivamente, 2, 20, 9 e 64. Supondo-se que uma verba federal de R\$ 190 milhões fosse destinada aos IMLs desses Estados, e a divisão dessa verba fosse feita de forma diretamente proporcional a essas quantidades de IMLs por estado, o Estado de São Paulo receberia o valor, em milhões, de
 (A) R\$ 128. (B) R\$ 165,5. (C) R\$ 98. (D) R\$ 156. (E) R\$ 47,5.

REGRA DE TRÊS SIMPLES

Os problemas que envolvem duas grandezas diretamente ou inversamente proporcionais podem ser resolvidos através de um processo prático, chamado regra de três simples.

Vejamos a tabela abaixo:

Grandezas	Relação	Descrição
Nº de funcionário x serviço	Direta	MAIS funcionários contratados demanda MAIS serviço produzido
Nº de funcionário x tempo	Inversa	MAIS funcionários contratados exigem MENOS tempo de trabalho
Nº de funcionário x eficiência	Inversa	MAIS eficiência (dos funcionários) exige MENOS funcionários contratados
Serviço x tempo	Direta	MAIS serviço a ser produzido exige MAIS tempo para realiza-lo

Exemplo:

1- Um carro faz 180 km com 15L de álcool. Quantos litros de álcool esse carro gastaria para percorrer 210 km?

2- Viajando de automóvel, à velocidade de 50 km/h, eu gastaria 7 h para fazer certo percurso. Aumentando a velocidade para 80 km/h, em quanto tempo farei esse percurso?

REGRA DE TRÊS COMPOSTA

O processo usado para resolver problemas que envolvem mais de duas grandezas, diretamente ou inversamente proporcionais, é chamado regra de três composta.

Exemplo:

1 - Em 4 dias 8 máquinas produziram 160 peças. Em quanto tempo 6 máquinas iguais às primeiras produziram 300 dessas peças?

2 - Uma empreiteira contratou 210 pessoas para pavimentar uma estrada de 300 km em 1 ano. Após 4 meses de serviço, apenas 75 km estavam pavimentados. Quantos empregados ainda devem ser contratados para que a obra seja concluída no tempo previsto?

PORCENTAGEM

Razões de denominador 100 que são chamadas de razões centesimais ou taxas percentuais ou simplesmente de porcentagem. Servem para representar de uma maneira prática o "quanto" de um "todo" se está referenciando. Costumam ser indicadas pelo numerador seguido do símbolo % (Lê-se: "por cento").

$$x\% = \frac{x}{100}$$

Exemplo:

1 - A tabela abaixo indica, em reais, os resultados das aplicações financeiras de Oscar e Marta entre 02/02/2013 e 02/02/2014.

	Banco	Saldo em 02/02/2013	Saldo em 02/02/2014	Rendimento
Oscar	A	500	550	50
Marta	B	400	450	50

Notamos que a razão entre os rendimentos e o saldo em 02/02/2013 é:

2 - Num grupo de 400 pessoas, 70% são do sexo masculino. Se nesse grupo 10% dos homens são casados e 20% das mulheres são casadas. Então, o número de pessoas casadas é:

- a) 50. b) 46. c) 52. d) 48. e) 54

EXERCÍCIO

01. (PUC-SP) Um motorista de táxi, trabalhando 6 horas por dia durante 10 dias, gasta R\$ 1.026,00. Qual será o seu gasto mensal, se trabalhar 4 horas por dia?

02. Um carro percorreu uma estrada em 5 horas, à velocidade média de 100km/h. Com qual velocidade o carro faria o mesmo percurso em 4 horas?

03. (MACK-SP) Uma engrenagem de 36 dentes movimenta outra de 48 dentes. Quantas voltas dá a maior, enquanto a menor dá 100 voltas?

- a) 133 b) 86 c) 75 d) 65 e) 60

04. (FUCC-SP) Quanto é 32% de R\$25.000,00?

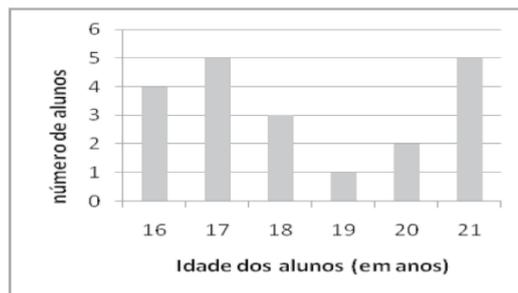
- a) R\$5.500,00 b) R\$7.500,00 c) R\$8.000,00
 d) R\$10.000,00 e) R\$15.500,00

05. (PUC-SP) 15000 candidatos inscreveram-se na PUC e foram aprovados 9600. Qual a porcentagem de reprovação?

- a) 24 b) 30 c) 32 d) 36 e) Nenhuma.

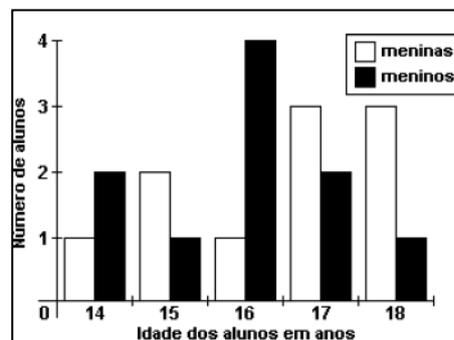
06. Um guarda-roupa foi comprado a prazo, pagando-se R\$ 2.204,00 pelo mesmo. Sabe-se que foi obtido um desconto de 5% sobre o preço de etiqueta. Se a compra tivesse sido à vista, o guarda-roupa teria saído por R\$ 1.972,00. Neste caso, qual teria sido o desconto obtido?

07. (ENEM) Em um curso de inglês, as turmas são montadas por meio da distribuição das idades dos alunos. O gráfico abaixo representa a quantidade de alunos por suas idades. A porcentagem de alunos com que será formada uma turma com idade maior ou igual a 18 anos é:



- a) 11% b) 20% c) 45% d) 55% e) 65%

08. Em uma turma de concurso, a distribuição das idades dos alunos, segundo o sexo, é dada pelo gráfico seguinte. Com base nos dados do gráfico, pode-se afirmar que:

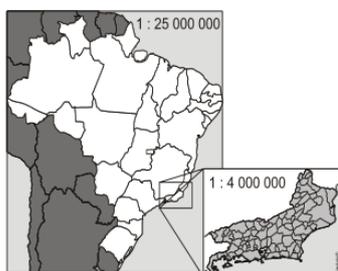


- a) o número de meninas com, no máximo, 16 anos é maior que o número de meninos nesse mesmo intervalo de idades.
- b) o número total de alunos é 19.
- c) a média de idade das meninas é 15 anos.
- d) o número de meninos é igual ao número de meninas.
- e) o número de meninos com idade maior que 15 anos é maior que o número de meninas nesse mesmo intervalo de idades.

QUESTÕES ENEM

01. (Enem) A figura apresenta dois mapas, em que o estado do Rio de Janeiro é visto em diferentes escalas.

1. (Enem 2013) A figura apresenta dois mapas, em que o estado do Rio de Janeiro é visto em diferentes escalas.



Há interesse em estimar o número de vezes que foi ampliada a área correspondente a esse estado no mapa do Brasil.

Esse número é:

- a) menor que 10.
- b) maior que 10 e menor que 20.
- c) maior que 20 e menor que 30.
- d) maior que 30 e menor que 40.
- e) maior que 40.

02. (Enem) Uma indústria tem um reservatório de água com capacidade para 900 m³. Quando há necessidade de limpeza do reservatório, toda a água precisa ser escoada. O escoamento da água é feito por seis ralos, e dura 6 horas quando o reservatório está cheio. Esta indústria construirá um novo reservatório, com capacidade de 500 m³, cujo escoamento da água deverá ser realizado em 4 horas, quando o reservatório estiver cheio. Os ralos utilizados no novo reservatório deverão ser idênticos aos do já existente.

A quantidade de ralos do novo reservatório deverá ser igual a

- a) 2.
- b) 4.
- c) 5.
- d) 8.
- e) 9.

03. (Enem) Para se construir um contrapiso, é comum, na constituição do concreto, se utilizar cimento, areia e brita, na seguinte proporção: 1 parte de cimento, 4 partes de areia e 2 partes de brita. Para construir o contrapiso de uma garagem, uma construtora encomendou um caminhão betoneira com 14m³ de concreto.

Qual é o volume de cimento, em m³, na carga de concreto trazido pela betoneira?

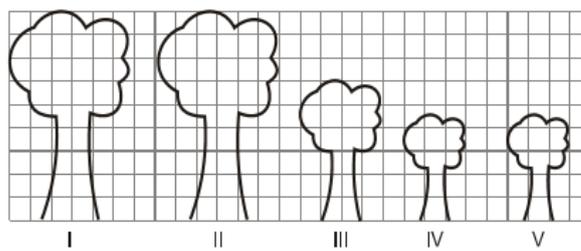
- a) 1,75
- b) 2,00
- c) 2,33
- d) 4,00
- e) 8,00

04. (Enem 2013) Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras. Um cliente deseja comprar um produto que custava R\$50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja.

Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de

- a) 15,00.
- b) 14,00.
- c) 10,00.
- d) 5,00.
- e) 4,00.

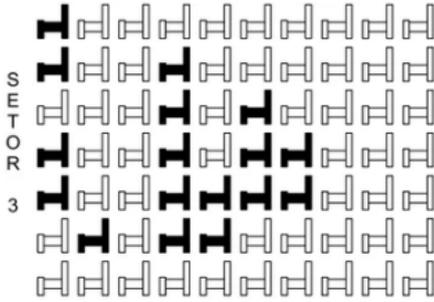
05. (Enem) Um biólogo mediu a altura de cinco árvores distintas e representou-as em uma mesma malha:



Qual a árvore que apresenta maior altura?

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V

06. Em um certo teatro, as poltronas são divididas em setores. A figura apresenta a vista do setor 3 desse teatro, no qual as cadeiras escuras estão reservadas e as claras não foram vendidas.



A razão que representa a quantidade de cadeiras reservadas do setor 3 em relação ao total de cadeiras desse mesmo setor é :

- a) 17/70
- b) 17/53
- c) 53/70
- d) 53/17
- e) 70/17

07. As prefeituras das cidades A, B e C construíram uma ponte sobre o rio próximo a estas cidades. A ponte dista 10 km de A, 12 km de B e 18 km de C. O custo da construção, R\$ 8.600.000,00, foi dividido em partes inversamente proporcionais às distâncias das cidades à ponte. Com a construção, a prefeitura da cidade A teve um gasto de:

- a) R\$ 3.200.000,00
- b) R\$ 3.600.000,00
- c) R\$ 3.000.000,00
- d) R\$ 3.800.000,00
- e) R\$ 3.400.000,00

08. A água é um dos componentes mais importantes das células. A tabela abaixo mostra como a quantidade de água varia em seres humanos, dependendo do tipo de célula. Em média, a água corresponde a 70% da composição química de um indivíduo normal. Durante uma biópsia, foi isolada uma amostra de tecido para análise em um laboratório. Enquanto intacta, essa amostra pesava 200mg. Após secagem em estufa, quando se retirou toda a água do tecido, a amostra passou a pesar 80mg.

Baseado na tabela pode-se afirmar que essa é uma amostra de:

Tipo de célula	Quantidade de água
Tecido nervoso – substância cinzenta	85%
Tecido nervoso – substância branca	70%
Medula óssea	75%
Tecido conjuntivo	60%
Tecido adiposo	15%
Hemácias	65%
Ossos (sem medula)	20%

(Fonte: L. C. Junqueira e J. Carneiro. *Histologia Básica*. 8. ed., Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1985.)

- (A) tecido nervoso – substância cinzenta.
- (B) tecido nervoso – substância branca.
- (C) hemácias.
- (D) tecido conjuntivo.
- (E) tecido adiposo.

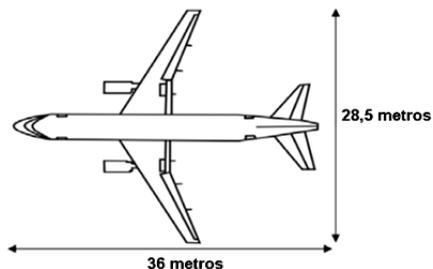
09. O governo cedeu terrenos para que famílias construíssem suas residências com a condição de que no mínimo 94% da área do terreno fosse mantida como área de preservação ambiental. Ao receber o terreno retangular ABCD, em que $AB = \frac{BC}{2}$, Antônio demarcou uma área quadrada no vértice A, para a construção de sua residência, de acordo com o desenho, no qual $AE = \frac{AB}{5}$ é lado do quadrado.



Nesse caso, a área definida por Antônio atingiria exatamente o limite determinado pela condição se ele

- a) duplicasse a medida do lado do quadrado.
- b) triplicasse a medida do lado do quadrado.
- c) triplicasse a área do quadrado.
- d) ampliasse a medida do lado do quadrado em 4%.
- e) ampliasse a área do quadrado em 4%.

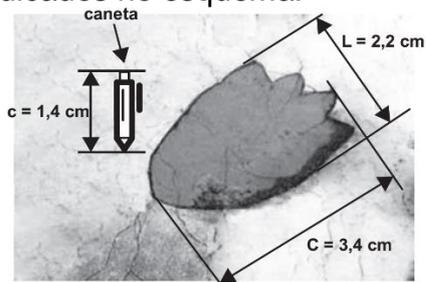
10. A figura a seguir mostra as medidas reais de uma aeronave que será fabricada para utilização por companhias de transporte aéreo. Um engenheiro precisa fazer o desenho desse avião em escala de 1:150.



Para o engenheiro fazer esse desenho em uma folha de papel, deixando uma margem de 1 cm em relação às bordas da folha, quais as dimensões mínimas, em centímetros, que essa folha deverá ter?

- a) 2,9 cm × 3,4 cm.
- b) 3,9 cm × 4,4 cm.
- c) 20 cm × 25 cm.
- d) 21 cm × 26 cm.
- e) 192 cm × 242 cm.

11. Um pesquisador, ao explorar uma floresta, fotografou uma caneta de 16,8 cm de comprimento ao lado de uma pegada. O comprimento da caneta (c), a largura (L) e o comprimento (C) da pegada, na fotografia, estão indicados no esquema.



A largura e o comprimento reais da pegada, em cm, são, respectivamente, iguais a:

- a) 4,9 e 7,6
- b) 8,6 e 9,8
- c) 14,2 e 15,4
- d) 26,4 e 40,8
- e) 27,5 e 42,5

12. Muitos processos fisiológicos e bioquímicos, tais como batimentos cardíacos e taxa de respiração, apresentam escalas construídas a partir da relação entre superfície e massa (ou volume) do animal. Uma dessas

escalas, por exemplo, considera que o “cubo da área S da superfície de um mamífero é proporcional ao quadrado de sua massa M”.

HUGHES-HALLETT, et al. Cálculo e aplicações. São Paulo: Edgard Bücher, 1999 (adaptado).

Isso é equivalente a dizer que, para uma constante $k > 0$, a área S pode ser escrita em função de M por meio da expressão:

- a) $S = k \cdot M$
- b) $S = k \cdot M^2$
- c) $S = k \cdot M^3$
- d) $S = k \cdot M^4$
- e) $S = k \cdot M^5$

13. Para incentivar com a quantia de R\$ 600,00 três jogadores A, B e C, o presidente de um clube determinou que a mesma fosse diretamente proporcional ao número de gols e inversamente proporcional ao número de faltas. Sabendo-se que A, B e C fizeram 2,3 e 4 gols, e 4,2 e 3 faltas, respectivamente, determine quanto o jogador B receberá.

- a) R\$ 90,00
- b) R\$ 270,00
- c) R\$ 180,00
- d) R\$ 220,00
- e) R\$ 260,00

14. José, Carlos e Paulo devem transportar em suas bicicletas uma certa quantidade de laranjas. Decidiram dividir o trajeto a ser percorrido em duas partes, sendo que ao final da primeira parte eles redistribuiriam a quantidade de laranjas que cada um carregava dependendo do cansaço de cada um. Na primeira parte do trajeto José, Carlos e Paulo dividiram as laranjas na proporção 6 : 5 : 4, respectivamente. Na segunda parte do trajeto José, Carlos e Paulo dividiram as laranjas na proporção 4 : 4 : 2, respectivamente.

Sabendo-se que um deles levou 50 laranjas a mais no segundo trajeto, qual a quantidade de laranjas que José, Carlos e Paulo, nessa ordem, transportaram na segunda parte do trajeto?

- a) 600, 550, 350
- b) 300, 300, 150
- c) 300, 250, 200
- d) 200, 200, 100
- e) 100, 100, 50

15. Pedro ganhou R\$ 360 000,00 em uma loteria federal e resolveu dividir integralmente o prêmio entre os seus três filhos, Ana, Renato e Carlos, de forma que cada um receba uma

quantia que seja inversamente proporcional às suas idades.

Sabendo que Ana tem 4 anos, Renato, 5 anos e Carlos, 20 anos, eles receberão, respectivamente,

- a) R\$ 54 000,00; R\$ 216 000,00 e R\$ 90 000,00.
 b) R\$ 90 000,00; R\$ 54 000,00 e R\$ 216 000,00.
 c) R\$ 216 000,00; R\$ 90 000,00 e R\$ 54 000,00.
 d) R\$ 180 000,00; R\$ 144 000,00 e R\$ 36 000,00.
 e) R\$ 180 000,00; R\$ 120 000,00 e R\$ 60 000,00.

16. O condomínio de um edifício permite que cada proprietário de apartamento construa um armário em sua vaga de garagem. O projeto da garagem, na escala 1 : 100, foi disponibilizado aos interessados já com as especificações das dimensões do armário, que deveria ter o formato de um paralelepípedo retângulo reto, com dimensões, no projeto, iguais a 3 cm, 1 cm e 2 cm.

O volume real do armário, em centímetros cúbicos, será

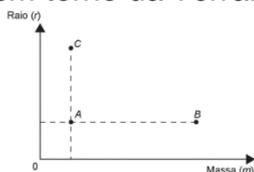
- a) 6. b) 600. c) 6 000.
 d) 60 000. d) 6 000 000.

17. De acordo com a Lei Universal da Gravitação, proposta por Isaac Newton, a intensidade da força gravitacional F que a Terra exerce sobre um satélite em órbita circular é proporcional à massa m do satélite e inversamente proporcional ao quadrado do raio

$$F = \frac{km}{r^2}$$

r da órbita, ou seja,

No plano cartesiano, três satélites, A, B e C, estão representados, cada um, por um ponto (m ; r) cujas coordenadas são, respectivamente, a massa do satélite e o raio da sua órbita em torno da Terra.



Com base nas posições relativas dos pontos no gráfico, deseja-se comparar as

intensidades F_A , F_B e F_C da força gravitacional

que a Terra exerce sobre os satélites A, B e C, respectivamente.

As intensidades F_A , F_B e F_C expressas no gráfico satisfazem a relação

- a) $F_C = F_A < F_B$ b) $F_A = F_B < F_C$ c) $F_A < F_B < F_C$
 d) $F_A < F_C < F_B$ e) $F_C < F_A < F_B$

18. O fisiologista inglês Archibald Vivian Hill propôs, em seus estudos, que a velocidade V de contração de um músculo ao ser submetido a um peso p é dada pela equação $(p + a)(v + b) = K$, com a , b e K constantes. Um fisioterapeuta, com o intuito de maximizar o efeito benéfico dos exercícios que recomendaria a um de seus pacientes, quis estudar essa equação e a classificou desta forma:

TIPO DE CURVA
Semirreta oblíqua
Semirreta horizontal
Ramo de parábola
Arco de circunferência
Ramo de hipérbole

O fisioterapeuta analisou a dependência entre v e p na equação de Hill e a classificou de acordo com sua representação geométrica no plano cartesiano, utilizando o par de coordenadas (p, V) . Admita que $K > 0$.

Disponível em: <http://rspb.royalsocietypublishing.org>.
 Acesso em: 14jul2015 (adaptado).

O gráfico da equação que o fisioterapeuta utilizou para maximizar o efeito dos exercícios é do tipo

- a) Semirreta oblíqua.
 b) semirreta horizontal.
 c) ramo de parábola.
 d) arco de circunferência.
 e) ramo de hipérbole.

19. A resistência mecânica S de uma viga de madeira, em forma de um paralelepípedo retângulo, é diretamente proporcional à sua largura (b) e ao quadrado de sua altura (d) e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os suportes da viga, que coincide com o seu comprimento (x), conforme ilustra a figura. A constante de

proporcionalidade k é chamada de resistência da viga.

A expressão que traduz a resistência S dessa viga de madeira é

a) $s = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x^2}$ b) $s = \frac{k \cdot b \cdot d}{x^2}$ c) $s = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x}$
 d) $s = \frac{k \cdot b^2 \cdot d}{x}$ e) $s = \frac{k \cdot b \cdot 2d}{2x}$

20. Uma empresa divide o balanço anual de vendas de seus produtos em duas partes, calculando o número de vendas dos produtos ao final de cada semestre do ano. Após o balanço do primeiro semestre, foram realizadas ações de marketing para os cinco produtos menos vendidos da empresa. A tabela mostra a evolução das vendas desses produtos, do primeiro para o segundo semestre.

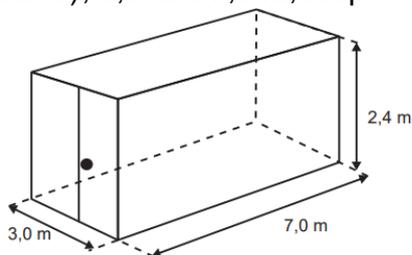
Produto	Número de unidades vendidas no primeiro semestre	Número de unidades vendidas no segundo semestre
I	350	600
II	1 000	1 100
III	4 000	4 500
IV	850	1 200
V	2 000	2 600

O sucesso de uma ação de marketing de um produto é medido pelo aumento percentual do número de unidades vendidas desse produto, do primeiro para o segundo semestre.

A ação de marketing mais bem-sucedida foi para o produto

- a) I. b) II. c) III. d) IV. e) V.

21. Uma empresa especializou-se no aluguel de contêineres que são utilizados como unidades comerciais móveis. O modelo padrão alugado pela empresa tem altura de 2,4 m e as outras duas dimensões (largura e comprimento), 3,0 m e 7,0 m, respectivamente.



Um cliente solicitou um contêiner com altura padrão, porém, com largura 40% maior e comprimento 20% menor que as correspondentes medidas do modelo padrão. Para atender às necessidades de mercado, a

empresa também disponibiliza um estoque de outros modelos de contêineres, conforme o quadro.

Modelos com altura de 2,4 m	Largura (em metro)	Comprimento (em metro)
I	4,2	8,4
II	4,2	5,6
III	4,2	5,8
IV	5,0	5,6
V	5,0	8,4

Dos modelos disponíveis, qual atende às necessidades do cliente?

- a) I b) II c) III d) IV e) V

22. Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras.

Um cliente deseja comprar um produto que custava R\$ 50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja.

Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de

- a) 15,00 b) 14,00 c) 10,00
 d) 5,00 e) 4,00

23. O contribuinte que vende mais de R\$ 20 mil de ações em Bolsa de Valores em um mês deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para a Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações.

Disponível em: www1.folha.uol.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Um contribuinte que vende por R\$ 34 mil um lote de ações que custou R\$ 26 mil terá de pagar de Imposto de Renda à Receita Federal o valor de:

- a) R\$ 900,00. b) R\$ 1 200,00.
 c) R\$ 2 100,00. d) R\$ 3 900,00.
 e) R\$ 5 100,00.

24. Um comerciante visita um centro de vendas para fazer cotação de preços dos produtos que deseja comprar. Verifica que se aproveita 100% da quantidade adquirida de produtos do

tipo A, mas apenas 90% de produtos do tipo B. Esse comerciante deseja comprar uma quantidade de produtos, obtendo o menor custo/benefício em cada um deles. O quadro mostra o preço por quilograma, em reais, de cada produto comercializado.

Produto	Tipo A	Tipo B
Arroz	2,00	1,70
Feijão	4,50	4,10
Soja	3,80	3,50
Milho	6,00	5,30

Os tipos de arroz, feijão, soja e milho que devem ser escolhidos pelo comerciante são, respectivamente,

- a) A, A, A, A. b) A, B, A, B. c) A, B, B, A.
 d) B, A, A, B. e) B, B, B, B.

CONJUNTO

Conceitos, notações e operações

Podemos chamar de conjuntos o agrupamento de membros que possuem alguma característica em comum.

Cada um desses membros de um conjunto damos o nome de elementos e chamamos a relação entre esses elementos e o conjunto de **relação de pertinência**.

\in Pertence

\notin Não pertence

Representações de um conjunto

1 - Representação tabular

- Representação do conjunto sob a forma de tabela;
- Os elementos do conjunto estão contidos entre chaves e separados por vírgulas.

2 - Representação através de diagramas de Venn-Euler

- Representação “visual” do conjunto;
- Os elementos do conjunto são representados por pontos no interior de uma região delimitada por uma linha fechada simples. Ou seja, é uma linha que não se entrelaça.

3- Representação através de uma propriedade

- Em todos os conjuntos existe uma propriedade comum a todos os elementos, que

os compõem. Logo, esse conjunto pode ser representado por essa propriedade;

• $A = \{x \mid x \text{ tem a propriedade } P\}$: Lê-se A é o conjunto de todos os elementos x, tal que x tem a propriedade P.

- | Lê-se: “tal que”.

Tipos de conjunto

1 - Conjunto unitário

• É um conjunto formado apenas por um elemento.

2- Conjunto Vazio

• Conjunto que não possui qualquer elemento.

- Representa-se por ou \emptyset .

3 - Conjunto finito

• Conjunto em que é possível contar seus elementos, um a um, e essa contagem tem um final.

4 - Conjunto infinito

• Conjunto em que não é possível contar seus elementos. A contagem não termina. Jamais chegaremos ao final da contagem.

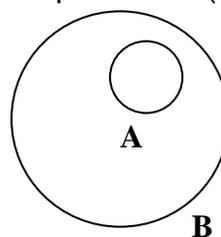
5 - Conjunto universo

• É um conjunto, cujos elementos são todas as entidades que se deseja considerar, em uma determinada situação.

- É representado por U.

Subconjuntos

Se A e B são dois conjuntos, pode ocorrer que todo elemento de A seja também elemento de B. Quando isso ocorre, dizemos que A é subconjunto de B ou que A é parte de B ou ainda que A está contido em B. indicamos esse fato por $A \subset B$ (leia: “A está contido em B”) ou por $B \supset A$ (leia: “B contém A”).



$A \subset B$
 Todo elemento de A é também elemento de B.

Se existir pelo menos um elemento de A que não pertence a B, então A não é subconjunto de B, fato este que se indica por $A \not\subset B$ (lê-se: “A não está contido em B”).

Operações com conjuntos

Intersecção

Se A e B são dois conjuntos quaisquer, sua intersecção é o conjunto dos elementos que pertencem simultaneamente a A e B.

Indica-se a intersecção dos conjuntos A e B por

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

União

Se A e B são dois conjuntos quaisquer, sua união é o conjunto dos elementos que pertencem a A ou B.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

Indica-se a união dos conjuntos A e B por $A \cup B$ (lê-se: "A união B").

Diferença

A diferença $A - B$ é o conjunto dos elementos de A que não pertencem a B.

Observação

Quando $B \subset A$, a diferença $A - B$ chama-se conjunto complementar de B em relação a A. Indica-se o complementar de B em relação a

A por C_A^B .

Assim, simbolicamente, temos:

$$C_A^B = A - B, \text{ com } B \subset A$$

Propriedade: Representamos por $n(x)$ o número de elementos de um conjunto finito X qualquer; assim sendo $n(A)$, $n(B)$, $n(A \cup B)$ e $n(A \cap B)$ representam os números de elementos dos conjuntos A, B, $A \cup B$ e $A \cap B$, respectivamente.

Utilizando esta notação, podemos enunciar a seguinte propriedade, válida para todo o conjunto A e B:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Conjuntos numéricos

Podemos chamar de conjuntos numéricos certos agrupamentos de algarismos que possuem alguma característica em comum.

1. Conjuntos dos números naturais.

Conjunto representado pela letra N maiúscula, englobando todos os números inteiros positivos e o zero. Veja:

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

2. Conjunto dos números inteiros.

Conjunto representado pela letra Z maiúscula, englobando todos os números inteiros positivos, negativos e o zero.

Veja:

$$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$$

3. Conjunto dos números racionais.

Conjunto representado pela letra Q maiúscula, englobando todos os números inteiros positivos, negativos, o zero, números na forma decimal e os números fracionários.

Obs: Chamamos de dízimas periódicas os resultados de uma divisão onde temos repetição de algarismos após a vírgula. Exemplo: 0,45454545.... Toda dízima periódica pode ser representada por fração.

Veja:

$$0,222222\dots = 2/9$$

$$0,343434\dots = 34/99$$

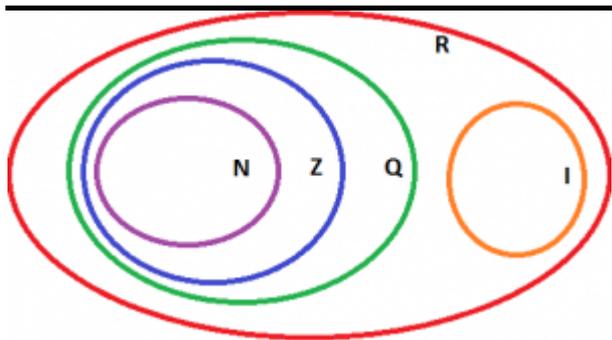
4. Conjunto dos números irracionais.

Conjunto representado pela letra I maiúscula, englobando os números que não possuem representação fracionária. São considerados dízimas não periódicas, ou seja, não possuem um padrão após a vírgula. Veja:

$$1,23534366332\dots$$

$$3,62465842359\dots$$

Diante do que estudamos até agora, podemos construir a seguinte figura:



Observe que:

- Todos os elementos do conjunto N também são elementos do conjunto Z;
- Todos os elementos do conjunto Z também são elementos do conjunto Q;
- Um elemento do conjunto I não pode pertencer de forma alguma do conjunto Q;
- Todos os elementos dos conjuntos Q e I também são elementos do conjunto maior R;

INTERVALOS NUMÉRICOS

- **Intervalos Finitos:** São alguns subconjuntos de \mathbb{R} , que por aparecerem frequentemente, têm nomes e notações especiais.

a) Intervalo Fechado $\rightarrow \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$



b) Intervalo Aberto $\rightarrow \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$



c) Intervalo fechado à esquerda e aberto a direita $\rightarrow \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$



d) Intervalo aberto à esquerda e fechado a direita $\rightarrow \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$



- **Intervalo Infinito**

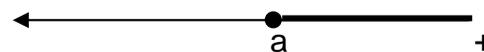
1º Caso: $]-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$



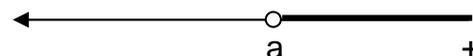
2º Caso: $] - \infty; a[= \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$



3º Caso: $[a; +\infty[= \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$



4º Caso: $]a; +\infty[= \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$



QUESTÕES ENEM

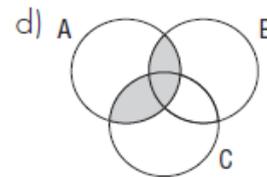
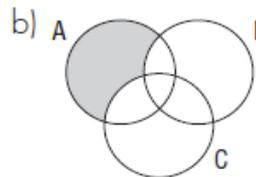
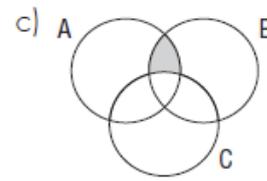
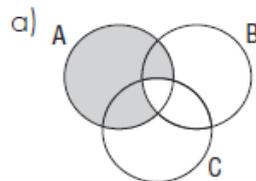
1 - Em uma determinada empresa, os trabalhadores devem se especializar em pelo menos uma língua estrangeira, francês ou inglês. Em uma turma de 76 trabalhadores, têm-se:

- 49 que optaram somente pela língua inglesa;
- 12 que optaram em se especializar nas duas línguas estrangeiras.

O número de trabalhadores que optaram por se especializar em língua francesa foi

- 15.
- 27.
- 39.
- 44.
- 64.

2- (UFJF-MG) A parte colorida no diagrama que melhor o conjunto $D = A - (B \cap C)$ é:



3 - Compare os dois conjuntos, em cada item, e verifique se há igualdade.

- $A = \{1, 2, 4\}$ e $B = \{x \mid x \text{ é divisor positivo de } 4\}$
- $C = \{1, 2, 4\}$ e

$D = \{y / y \text{ é múltiplo de } 4\}$

4 - Os editores das revistas Fotomania e Musical fizeram uma pesquisa entre os 400 alunos de uma escola. A pesquisa revelou que, desses alunos, 210 lêem a revista Musical, 190 lêem a revista Fotomania e 50 não lêem revistas. O número de alunos que leem somente a revista:

- a) Musical é 160.
- b) Fotomania é 150.
- c) Musical é 170.
- d) Fotomania é 130.
- e) Musical é 180..

5 - Suponhamos que A e B sejam subconjuntos de E satisfazendo:

Para todo $x \in E$, se $x \in A$ então $x \in B$;

Existe $x \in E$ tal que $x \in A$.

Então podemos afirmar que:

- a) $B \neq \emptyset$;
- b) Existe $x \in B$ tal que $x \notin A$;
- c) Existe $x \in A$ tal que $x \notin B$;
- d) A contém B;
- e) A e B não tem elementos em comum.

6 - Os passageiros de um avião são de quatro estados brasileiros: Amazonas, Pará, Mato Grosso e Tocantins.

Considerando as seguintes informações:

- (I) 20% são do estado do Amazonas
 - (II) 85% não são do estado do Mato Grosso,
 - (III) 70% não são do Tocantins,
- Qual a porcentagem de passageiros do estado do:

- a) Pará;
- b) Amazonas ou Mato Grosso;
- c) Pará ou Mato Grosso;
- d) Pará ou Tocantins.

7 - Num grupo de 100 idosos, 52 fazem caminhada todos os dias, 12 leem jornal diariamente e não fazem caminhada e 56 não leem jornal. Quantos desses idosos fazem caminhada e não leem jornal?

8 - Em uma pesquisa feita no município de Abaetetuba, 550 pessoas afirmaram que tomam açaí somente com açúcar, 700 não tomam açaí com açúcar, 225 tomam açaí com

e sem açúcar e 25 afirmaram que não tomam açaí. Podemos afirmar que o número de pessoas que tomam açaí com açúcar e o total de pessoas entrevistadas, respectivamente é?

9 - Numa sociedade, existem 35 homens (que usam óculos ou não), 18 pessoas que usam óculos, 15 mulheres que não usam óculos e 7 homens que usam óculos. O número de pessoas que são homens ou usam óculos é:

- a) 42
- b) 46
- c) 50
- d) 54
- e) 61

9 - Um fabricante de cosméticos decide produzir três diferentes catálogos de seus produtos visando a públicos distintos. Alguns produtos estarão presentes em mais de um catálogo e ocupam uma página inteira. Ele resolve fazer uma contagem para diminuir gastos com originais de impressão. Os catálogos C1, C2 e C3 terão respectivamente 50, 45 e 40 páginas comparando os projetos de cada catálogo ele verifica que C1 e C2 terão 10 páginas em comum C1 e C3 terão 6 páginas em comum C2 e C3 terão 5 páginas em comum das quais também 4 estarão em C1 efetuando os cálculos correspondentes, o fabricante conclui que para montar dos três catálogos de um total de originais de impressão é igual a

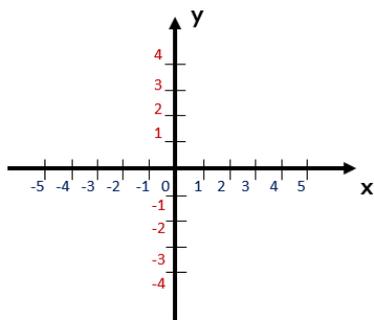
- a) 135
- b) 126
- c) 114
- d) 110
- e) 120

10 - Numa prova de matemática de duas questões, 35 alunos acertaram somente uma questão, 31 acertaram a primeira, 8 acertaram as duas e 40 erraram a segunda questão. Então o número de alunos que fizeram o número de alunos que fizeram essa prova foi:

- a) 43
- b) 48
- c) 52
- d) 56
- e) 60

PLANO CARTESIANO

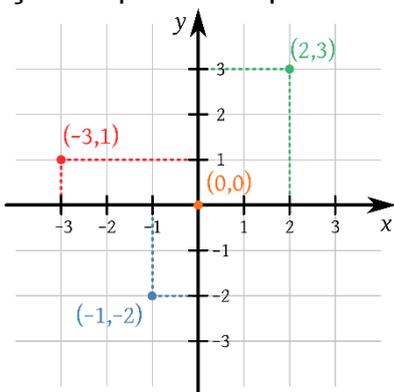
Plano cartesiano é um método criado pelo filósofo e matemático francês, René Descartes. Trata-se de dois eixos perpendiculares que pertencem a um plano em comum.



y: Eixo das Ordenadas
x: Eixo das Abscissas

Par Ordenado

Um **par ordenado** é um conjunto formado por dois números reais, usado para determinar a **localização** de pontos no plano cartesiano.



Produto Cartesiano

Dados dois conjuntos A e B (não vazios), chamamos de produto cartesiano ao conjunto de todos os pares ordenados (x,y) , onde os elementos x pertencem ao conjunto A e os elementos y pertencem ao conjunto B.

INDICAÇÃO: $A \times B = \{(x,y) / x \in A \text{ e } y \in B\}$
 $A \times B$ (lê-se: "A cartesiano B")

Ex1: $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{4, 5\}$
 $A \times B =$

$B \times A =$

Observação: $A \times B \neq B \times A$, pois $B \neq A$.
EXERCÍCIO

1 - Represente o produto $A \times B$ no plano cartesiano, sendo $A = \{-1, 1\}$ e $B = \{1, 2\}$.

2 - Dados os conjuntos $A = \{0, 1, -1\}$, $B = \{-2, 3\}$ e $C = \{4\}$, determine os seguintes produtos cartesianos:

- a) $A \times B$
- b) $B \times A$

- c) B^2
- d) $C \times B$
- e) $C \times A$

3 - Se $n(A \times B) = 10$ e $A = \{1, 3\}$, quantos elementos possui o conjunto B?

4 - Dada a relação R de A em B, $R = \{(-1,0), (0, 1), (1, 2)\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, verifique se R é uma função. Caso seja, determine o Domínio, o Contra - domínio e o conjunto Imagem.

5 - Dados os conjuntos $A = \{-1, 0, 1\}$ e $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, encontre um relação de $A \times B$ de forma que ela seja uma função.

Relação

Seja $A \times B$ um conjunto de pares ordenados (x,y) , chamamos de relação a qualquer subconjunto de $A \times B$, que obedeça uma determinada "lei" ou regra.

Utilizando o exemplo 1, podemos determinar algumas relações de A em B.

Ex:

$R1 = \{(1, 4), (2, 5)\},$

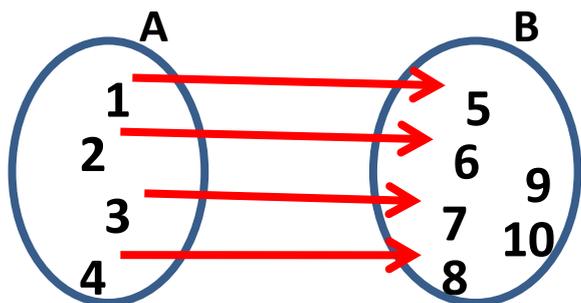
$R1 = \{(x,y) \in A \times B / y = x + 3\}$

$R2 = \{(2, 4)\}, R2 = \{(x,y) \in A \times B / y = 2.x\}$

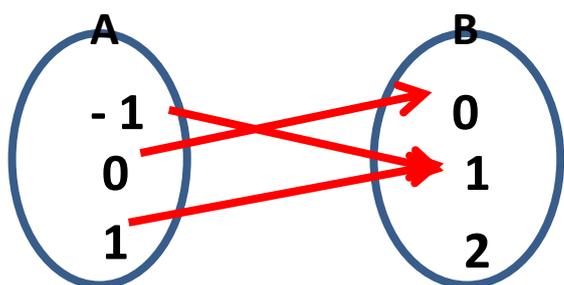
Função

Dados dois conjuntos A e B, e uma relação f de A em B, afirmamos que f é uma FUNÇÃO ou APLICAÇÃO de A em B se, e somente se, para cada $x \in A$ existir um único $y \in B$, de modo que $(x,y) \in f$.

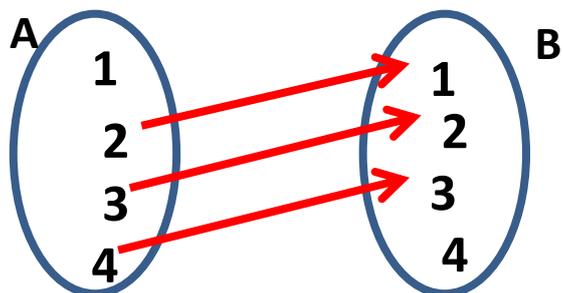
Exemplo 1: $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ e $R = \{(x,y) \in A \times B / y = x + 4\}$



Exemplo 2: $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{0, 1, 2\}$ e $R = \{(x, y) \in A \times B / y = x^2\}$.

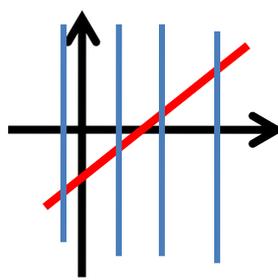


Exemplo 3: $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$ e $R = \{(x, y) \in A \times B / y = x - 1\}$

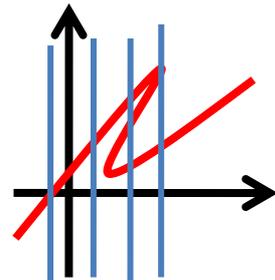


Podemos verificar se uma relação de A em B é uma função, utilizando seu gráfico. Para isso é necessário que tracemos retas paralelas ao eixo vertical (eixo OY). Caso a reta vertical traçada intercepte o gráfico (a curva) em um único ponto, temos uma função. Caso ocorra de a reta vertical interceptar o gráfico em mais de um ponto, temos apenas uma relação.

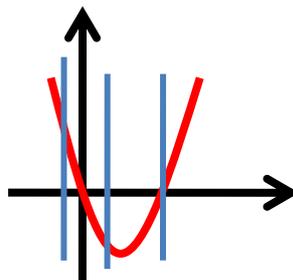
Exemplos:



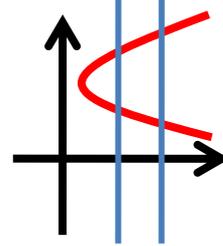
É FUNÇÃO



NÃO É FUNÇÃO



É FUNÇÃO

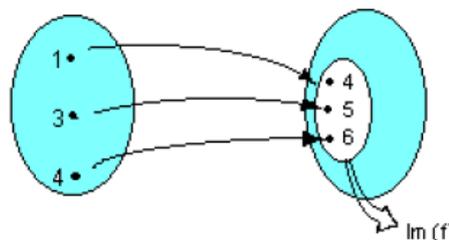


NÃO É FUNÇÃO

Domínio, Contra-Domínio e Imagem de uma Função.

Considere a função $f : A \rightarrow B$.

$$D_{(f)} = A ; \text{Im}_{(f)} \subset B ; \text{CD}_{(f)} = B$$



Exemplo: Seja a função $f : A \rightarrow B$, onde $A = \{0, 1, 2\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ definida por $y = x^2 + 1$. Determine $D_{(f)}$, $\text{Im}_{(f)}$ e $\text{CD}_{(f)}$.

Solução:

Valor Numérico de uma Função.

É o valor que $y = f(x)$ assume quando atribuímos valores para x .

Exemplo: $f(x) = x^2 + 2x - 1$, determinar $f(-1)$, $f(0)$, $f(2)$ e $f(-3)$.

EXERCÍCIO

1) Para avaliar a taxa do nível de aprendizagem de certos animais, estudantes de Psicologia desenvolveram a seguinte experiência: fizeram uma cobaia percorrer um labirinto repetidas vezes. Observaram que, na enésima tentativa, o tempo gasto, em minutos, para atravessar esse labirinto obedeceu à lei f dada por $f(n) = 3 + 12/n$.

- a) Para quais valores de n, no contexto da experiência, f tem significado?
- b) Quanto tempo a cobaia gastou para percorrer o labirinto na 2ª tentativa?
- c) A partir de qual tentativa o animal gastou um tempo menor ou igual a 4 minutos para percorrer o labirinto ?
- d) A cobaia pode fazer o percurso todo em menos de 3 minutos? Justifique sua resposta.

2) A distância percorrida por um carro é dada pela lei $d(t) = 20 t + 10$. Em que d é a distância em quilômetros e t, o tempo em horas, determine:

- a) O gráfico de d(t);
- b) A distância percorrida em 2 horas;
- c) O tempo necessário para o carro percorrer 310 km.

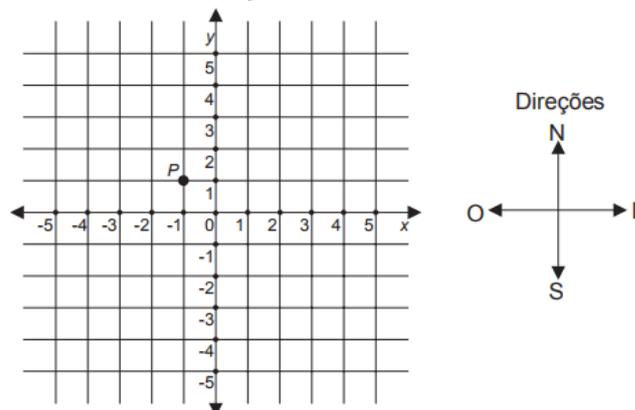
3) Um barbante de 20 cm de comprimento será cortado em duas partes.

- a) Se o comprimento, em cm, de uma delas for x, determine o comprimento da outra como função de x.
- b) Com a parte que mede x é construído um quadrado. Ache a área desse quadrado.
- c) Com a outra parte é construído um retângulo que tem um dos lados medindo 2 cm. Determine a medida dos outros lados desse retângulo.
- d) Ache a área do retângulo do item c.
- e) Para que valores de x a área desse retângulo é de 14,2 cm²?

QUESTÕES ENEM

1 - Alunos de um curso de engenharia desenvolveram um robô “anfíbio” que executa

saltos somente nas direções norte, sul, leste e oeste. Um dos alunos representou a posição inicial desse robô, no plano cartesiano, pela letra P, na ilustração.

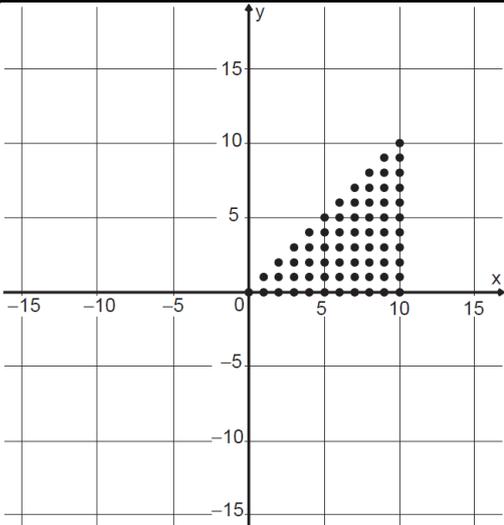


A direção norte-sul é a mesma do eixo y, sendo que o sentido norte é o sentido de crescimento de y, e a direção leste-oeste é a mesma do eixo x, sendo que o sentido leste é o sentido de crescimento de x. Em seguida, esse aluno deu os seguintes comandos de movimentação para o robô: 4 norte, 2 leste e 3 sul, nos quais os coeficientes numéricos representam o número de saltos do robô nas direções correspondentes, e cada salto corresponde a uma unidade do plano cartesiano.

Depois de realizar os comandos dados pelo aluno, a posição do robô, no plano cartesiano, será

- a) (0 ; 2). b) (0 ; 3). c) (1 ; 2).
- d) (1 ; 4). e) (2 ; 1).

2 - Para criar um logotipo, um profissional da área de design gráfico deseja construí-lo utilizando o conjunto de pontos do plano na forma de um triângulo, exatamente como mostra a imagem.

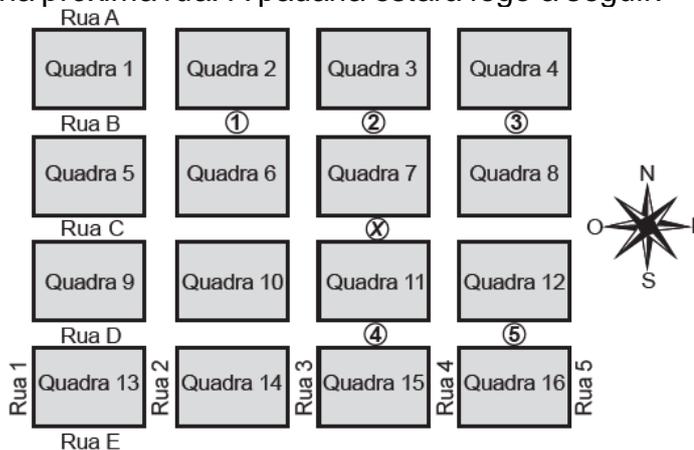


Para construir tal imagem utilizando uma ferramenta gráfica, será necessário escrever algebricamente o conjunto que representa os pontos desse gráfico.

Esse conjunto é dado pelos pares ordenados $(x;y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, tais que

- a) $0 \leq x \leq y \leq 10$
- b) $0 \leq y \leq x \leq 10$
- c) $0 \leq x \leq 10, 0 \leq y \leq 10$
- d) $0 \leq x + y \leq 10$
- e) $0 \leq x + y \leq 20$

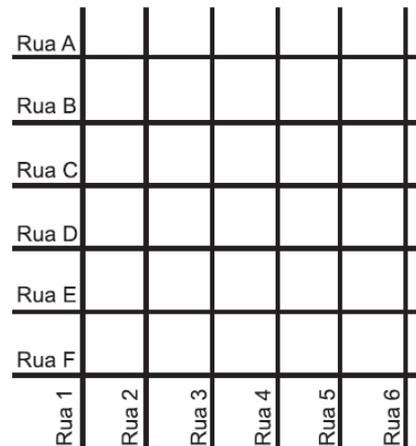
3 - Um menino acaba de se mudar para um novo bairro e deseja ir à padaria. Pediu ajuda a um amigo que lhe forneceu um mapa com pontos numerados, que representam cinco locais de interesse, entre os quais está a padaria. Além disso, o amigo passou as seguintes instruções: a partir do ponto em que você se encontra, representado pela letra X, ande para oeste, vire à direita na primeira rua que encontrar, siga em frente e vire à esquerda na próxima rua. A padaria estará logo a seguir.



A padaria está representada pelo ponto numerado com

- a) 1. b) 2. c) 3. d) 4. e) 5.

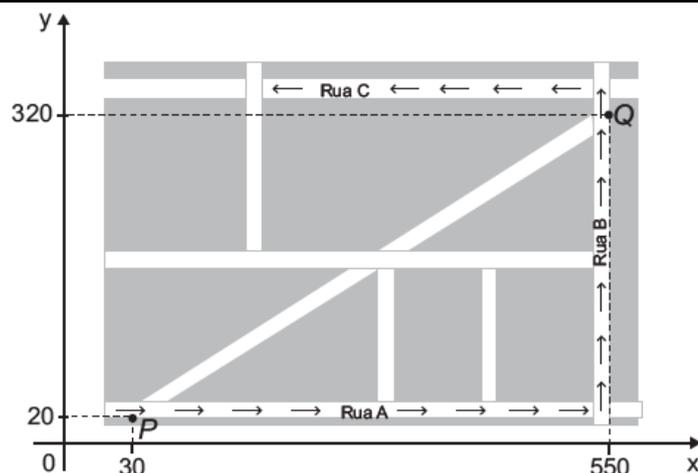
4 - Uma família resolveu comprar um imóvel num bairro cujas ruas estão representadas na figura. As ruas com nomes de letras são paralelas entre si e perpendiculares às ruas identificadas com números. Todos os quarteirões são quadrados, com as mesmas medidas, e todas as ruas têm a mesma largura, permitindo caminhar somente nas direções vertical e horizontal. Desconsidere a largura das ruas.



A família pretende que esse imóvel tenha a mesma distância de percurso até o local de trabalho da mãe, localizado na rua 6 com a rua E, o consultório do pai, na rua 2 com a rua E, e a escola das crianças, na rua 4 com a rua A. Com base nesses dados, o imóvel que atende as pretensões da família deverá ser localizado no encontro das ruas

- a) 3 e C. b) 4 e C. c) 4 e D. d) 4 e E. e) 5 e C.

6 - Devido ao aumento do fluxo de passageiros, uma empresa de transporte coletivo urbano está fazendo estudos para a implantação de um novo ponto de parada em uma determinada rota. A figura mostra o percurso, indicado pelas setas, realizado por um ônibus nessa rota e a localização de dois de seus atuais pontos de parada, representados por P e Q.



Os estudos indicam que o novo ponto T deverá ser instalado, nesse percurso, entre as paradas já existentes P e Q, de modo que as distâncias percorridas pelo ônibus entre os pontos P e T e entre os pontos T e Q sejam iguais.

De acordo com os dados, as coordenadas do novo ponto de parada são

- a) (290 ; 20). b) (410 ; 0).
 c) (410 ; 20). d) (440 ; 0).
 e) (440 ; 20).

FUNÇÃO AFIM

Chama-se **função polinomial do 1º grau**, ou **função afim**, a qualquer função f de \mathbb{R} em \mathbb{R} dada por uma lei da forma $f(x) = ax + b$, onde a e b são números reais dados e $a \neq 0$.

Na função $f(x) = ax + b$, o número a é chamado de coeficiente de x e o número b é chamado termo constante.

Veja alguns exemplos de funções polinomiais do 1º grau:

- $f(x) = 5x - 3$, onde $a = 5$ e $b = -3$.
 $f(x) = -2x - 7$, onde $a = -2$ e $b = -7$.
 $f(x) = 11x$, onde $a = 11$ e $b = 0$.

Casos especiais da função afim $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:

- Função Constante;
- Função Identidade;
- Função Linear.

O coeficiente angular de uma função afim

Na função afim o coeficiente angular, ou declividade, é representado pela letra a , e é muito simples identificar ele. Para isso, basta olhar para a forma matemática da função afim, o valor que estiver junto ao x é o coeficiente

angular. Vou fazer alguns exemplos para que vocês vejam como é fácil:

$$f(x) = 2x + 3 \quad a = 2$$

$$f(x) = 4 - 3x \quad a = -3$$

Então, podemos escrever a taxa de variação de uma função afim como sendo:

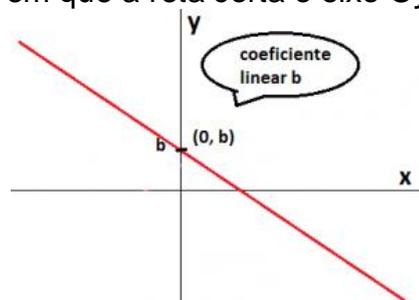
$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Termo independente

O termo constante, b , é chamado coeficiente linear da reta. Para $x = 0$, temos:

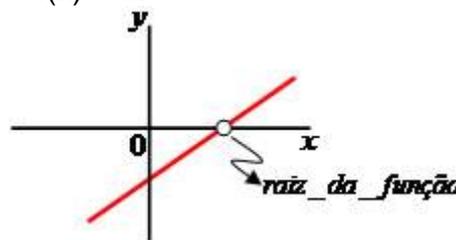
$$y = a \cdot 0 + b.$$

Assim, o coeficiente linear é a ordenada do ponto em que a reta corta o eixo Oy .



Zero da função do 1º Grau

Chama-se zero ou raiz da função polinomial do 1º grau $f(x) = ax + b$, $a \neq 0$, o número real x tal que $f(x) = 0$.

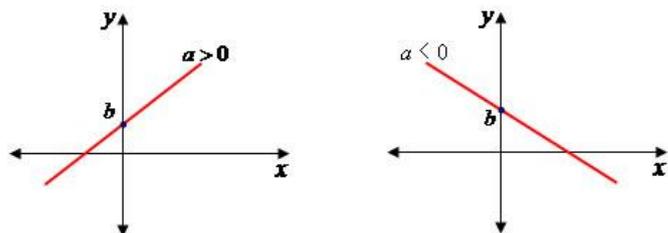


Crescimento e decrescimento

Regra geral:

$f(x) = ax + b$ é crescente quando o coeficiente de x é positivo ($a > 0$);

$f(x) = ax + b$ é decrescente quando o coeficiente de x é negativo ($a < 0$);

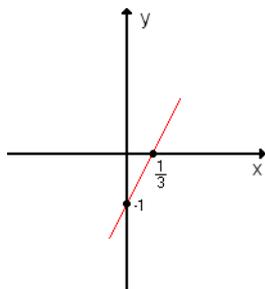


Gráfico

O gráfico de uma função polinomial do 1º grau, $y = ax + b$, com $a \neq 0$, é uma reta oblíqua aos eixos Ox e Oy .

Exemplo:

x	y
0	-1
$\frac{1}{3}$	0



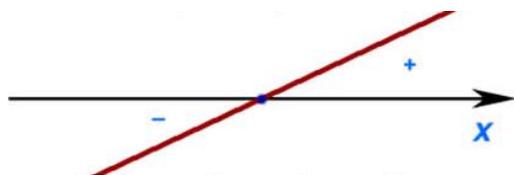
Já vimos que o gráfico da função afim $y = ax + b$ é uma reta.

Sinal

Estudar o sinal de uma qualquer $y = f(x)$ é determinar os valores de x para os quais y é positivo, os valores de x para os quais y é zero e os valores de x para os quais y é negativo. Consideremos uma função afim $y = f(x) = ax + b$ vamos estudar seu sinal.

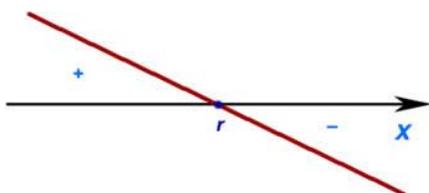
Sinal da função crescente.

Conclusão: y é positivo para valores de x maiores que a raiz; y é negativo para valores de x menores que a raiz.



Sinal da função decrescente.

Conclusão: y é positivo para valores de x menores que a raiz; y é negativo para valores de x maiores que a raiz.



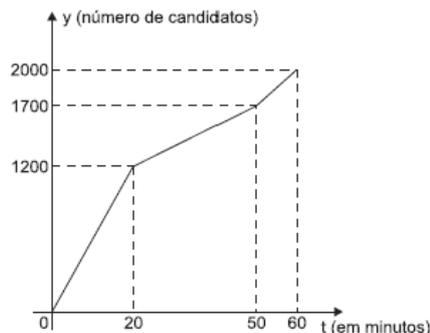
EXERCÍCIO

01. Dada a função $f(x) = ax + 2$, determinar o valor de a para que se tenha $f(4) = 22$

02. (FGV-SP) O preço de ingresso numa peça de teatro (p) relaciona-se com a quantidade de frequentadores (x)

por sessão através da relação $p = -0,2x + 100$.
 a) Qual a receita arrecadada por sessão, se o preço de ingresso for R\$ 60,00?

03. Em um determinado concurso, o número de candidatos (y) que entraram no colégio em função do horário de entrada (t), é representado pelo gráfico abaixo:

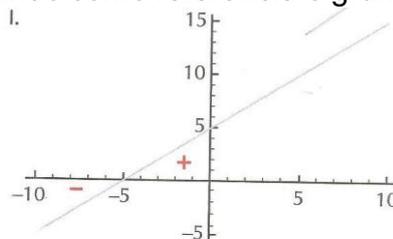


Com base no gráfico responda:

- a) Qual o intervalo do Domínio e da imagem?
- b) Em 60 min entraram quantos cadidatos?
- c) No interva de 0 à 50, passou 50 minnutos nesse periodo entraram quantos canddatos?
- d) Quantos minutos foram necessários para entrar 2000 candidatos?

04. Sabendo que $f(x) = (2m + 1)x - 3$, determine o valor de m para que a função seja do 1º.grau e passa pelo ponto (2 ; 11).

05. Tomando como referência o gráfico abaixo:



Identifique o tipo de função e sua lei de formação:

- a) Função constante; $y = -5x + 5$
- b) Função do 1º grau; $y = -5x + 5$
- c) Função do 1º grau; $y = x + 5$
- d) Função Constante; $y = x + 5$
- e) Função do 1º grau; $y = x - 5$

06. Leia o enunciado e considere as afirmações abaixo:

Fábio comprou um celular pós-pago. Ele paga pela assinatura mensal de R\$30,00, mais uma taxa de R\$0,60 por minuto conversação.

I- O valor de sua conta mensal se o tempo acumulado de conversação for 60 minutos é de R\$ 66,00.

II- Essa situação é relacionada a uma função quadrática.

III- No final do mês ele pagou pela conta R\$ 54,00, portanto seu tempo acumulado foi de 40 min.

É correta SOMENTE o que se afirma em:

- a) I b) II c) III d) I e II e) I e III

07. A tarifa de uma corrida de táxi, em Igarapé Miri, é composta de duas partes: uma parte fixa, correspondente a bandeirada, e uma parte que corresponde ao número de quilômetros que o taxi percorreu. Sabe-se que a parte fixa vale R\$ 7,00, enquanto o quilômetro rodado custa R\$ 1,50. Sendo $f(x)$ o preço a pagar pela corrida, e x o número de quilômetros percorridos. Nessas condições, uma corrida de 22 km até a Vila de Beja custará, em reais:

- a) R\$ 40,00 b) R\$ 33,50 c) R\$ 38,00
 d) R\$ 35,50 e) R\$ 33,00

08. (Enem cancelado 2009) Na cidade de João e Maria, haverá shows em uma boate. Pensando em todos, a boate propôs pacotes para que os fregueses escolhessem o que seria melhor para si.

Pacote 1: taxa de 40 reais por show.

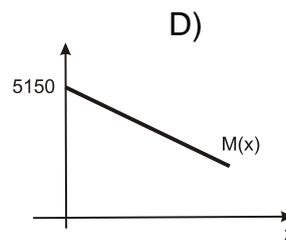
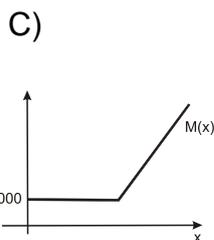
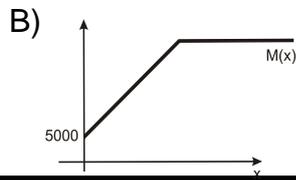
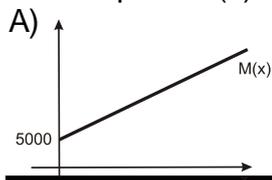
Pacote 2: taxa de 80 reais mais 10 reais por show.

Pacote 3: taxa de 60 reais para 4 shows, e 15 reais por cada show a mais.

João assistirá a 7 shows e Maria, a 4. As melhores opções para João e Maria são, respectivamente, os pacotes

- a) 1 e 2. b) 2 e 2. c) 3 e 1. d) 2 e 1. e) 3 e 3.

09. (Enem cancelado 2009) Paulo emprestou R\$ 5.000,00 a um amigo, a uma taxa de juros simples de 3% ao mês. Considere x o número de meses do empréstimo e $M(x)$ o montante a ser devolvido para Paulo no final de x meses. Nessas condições, a representação gráfica correta para $M(x)$ é



10. (ENEM 2016) O saldo de contratações no mercado formal no setor varejista da região metropolitana de São Paulo registrou alta. Comparando as contratações deste setor no mês de fevereiro com as de janeiro deste ano, houve incremento de 4 300 vagas no setor, totalizando 880605 trabalhadores com carteira assinada.

Disponível em: <http://www.folha.uol.com.br>. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Suponha que o incremento de trabalhadores no setor varejista seja sempre o mesmo nos seis primeiros meses do ano. Considerando-se que y e x representam, respectivamente, as quantidades de trabalhadores no setor varejista e os meses, janeiro sendo o primeiro, fevereiro, o segundo, e assim por diante, a expressão algébrica que relaciona essas quantidades nesses meses é

- a) $y = 4\ 300x$
 b) $y = 884\ 905x$
 c) $y = 872\ 005 + 4\ 300x$
 d) $y = 876\ 305 + 4\ 300x$
 e) $y = 880\ 605 + 4\ 300x$

11. Uma empresa deseja iniciar uma campanha publicitária divulgando uma promoção para seus possíveis consumidores. Para esse tipo de campanha, os meios mais viáveis são a distribuição de panfletos na rua e anúncios na rádio local. Considera-se que a população alcançada pela distribuição de panfletos seja igual à quantidade de panfletos distribuídos, enquanto que a alcançada por um anúncio na rádio seja igual à quantidade de ouvintes desse anúncio. O custo de cada anúncio na rádio é de R\$ 120,00, e a estimativa é de que seja ouvido por 1 500 pessoas. Já a produção e a distribuição dos panfletos custam R\$ 180,00 cada 1 000 unidades. Considerando

que cada pessoa será alcançada por um único desses meios de divulgação, a empresa pretende investir em ambas as mídias.

Considere X e Y os valores (em real) gastos em anúncios na rádio e com panfletos, respectivamente.

O número de pessoas alcançadas pela campanha será dado pela expressão:

A $\frac{50X}{4} + \frac{50Y}{9}$

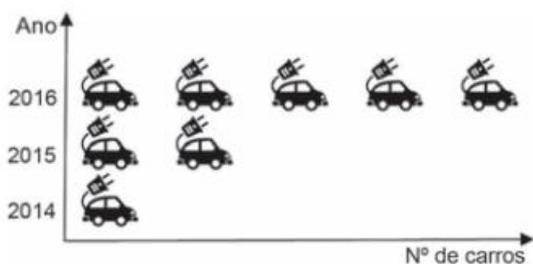
B $\frac{50X}{9} + \frac{50Y}{4}$

C $\frac{4X}{50} + \frac{4Y}{50}$

D $\frac{50}{4X} + \frac{50}{9Y}$

E $\frac{50}{9X} + \frac{50Y}{4Y}$

12. De acordo com um relatório recente da Agência Internacional de Energia (AIE), o mercado de veículos elétricos atingiu um novo marco em 2016, quando foram vendidos mais de 750 mil automóveis da categoria. Com isso, o total de carros elétricos vendidos no mundo alcançou a marca de 2 milhões de unidades desde que os primeiros modelos começaram a ser comercializados em 2011. No Brasil, a expansão das vendas também se verifica. A marca A, por exemplo, expandiu suas vendas no ano de 2016, superando em 360 unidades as vendas de 2015, conforme representado no gráfico.



Disponível em: www.tecmundo.com.br. Acesso em: 5 dez. 2017.

A média anual do número de carros vendidos pela marca A, nos anos representados no gráfico, foi de

- a) 192. b) 240. c) 252. d) 320. e) 420.

13. (ENEM) Uma loja vende automóveis em N parcelas iguais sem juros. No momento de contratar o financiamento, caso o cliente queira

aumentar o prazo, acrescentando mais 5 parcelas, o valor de cada uma das parcelas diminui R\$200,00, ou se ele quiser diminuir o prazo, com 4 parcelas a menos, o valor de cada uma das parcelas sobe R\$ 232,00. Considere ainda que, nas três possibilidades de pagamento, o valor do automóvel é o mesmo, todas são sem juros e não é dado desconto em nenhuma das situações.

Nessas condições, qual é a quantidade N de parcelas a serem pagas de acordo com a proposta inicial da loja?

- a) 20 b) 24 c) 29 d) 40 e) 58

14. (ENEM) Uma pessoa encheu o cartão de memória de sua câmera duas vezes, somente com vídeos e fotos. Na primeira vez, conseguiu armazenar 10 minutos de vídeo e 190 fotos. Já na segunda, foi possível realizar 15 minutos de vídeo e tirar 150 fotos. Todos os vídeos possuem a mesma qualidade de imagem entre si, assim como todas as fotos. Agora, essa pessoa deseja armazenar nesse cartão de memória exclusivamente fotos, com a mesma qualidade das anteriores.

O número máximo de fotos que ela poderá armazenar é

- a) 200. b) 209. c) 270.
 d) 340. e) 475.

15. (ENEM) Uma padaria vende, em média, 100 pães especiais por dia e arrecada com essas vendas, em média, R\$ 300,00. Constatou-se que a quantidade de pães especiais vendidos diariamente aumenta, caso o preço seja reduzido, de acordo com a equação $q = 400 - 100p$, na qual q representa a quantidade de pães especiais vendidos diariamente e p, o seu preço em reais.

A fim de aumentar o fluxo de clientes, o gerente da padaria decidiu fazer uma promoção. Para tanto, modificará o preço do pão especial de modo que a quantidade a ser vendida diariamente seja a maior possível, sem diminuir a média de arrecadação diária na venda desse produto.

O preço p, em reais, do pão especial nessa promoção deverá estar no intervalo

- a) R\$ 0,50 ≤ p < R\$ 1,50
 b) R\$ 1,50 ≤ p < R\$ 2,50

- c) R\$ 2,50 ≤ p < R\$ 3,50
 d) R\$ 3,50 ≤ p < R\$ 4,50
 e) R\$ 4,50 ≤ p < R\$ 5,50

16. (ENEM) Visando atingir metas econômicas previamente estabelecidas, é comum no final do mês algumas lojas colocarem certos produtos em promoção. Uma determinada loja de departamentos colocou em oferta os seguintes produtos: televisão, sofá e estante. Na compra da televisão mais o sofá, o cliente pagaria R\$ 3 800,00. Se ele levasse o sofá mais a estante, pagaria R\$ 3 400,00. A televisão mais a estante sairiam por R\$ 4 200,00. Um cliente resolveu levar duas televisões e um sofá que estavam na promoção, conseguindo ainda mais 5% de desconto pelo pagamento à vista.

O valor total, em real, pago pelo cliente foi de
 a) 3 610,00. b) 5 035,00. c) 5 415,00.
 d) 5 795,00. e) 6 100,00.

17. (ENEM) Um automóvel pode ser abastecido com os combustíveis A ou B e tem capacidade para armazenar T litro. O quadro indica os preços e mostra o rendimento desse automóvel, por litro, quando abastecido com esses combustíveis.

O dono desse automóvel estabelece duas estratégias de viagem. Em ambas ele irá abastecer duas vezes. O primeiro abastecimento é feito a partir do tanque vazio e o reabastecimento é feito quando o tanque esvaziar novamente.

1ª estratégia de viagem: abastecer meio tanque com o combustível A e depois abastecer um quarto de tanque com o combustível B.

2ª estratégia de viagem: abastecer meio tanque com o combustível B e depois abastecer um quarto de tanque com o combustível A.

Combustível	Preço (R\$)	Rendimento
A	P_A	18 km/L
B	P_B	12 km/L

O custo (C) da estratégia que possibilita percorrer a maior distância é

A $C = \left(\frac{T}{2}\right) \cdot P_A + \left(\frac{T}{4}\right) \cdot P_B$

B $C = \left(\frac{T}{2}\right) \cdot P_A + 18 + \left(\frac{T}{4}\right) \cdot P_B \cdot 12$

C $C = \left(\frac{T}{2}\right) \cdot P_A + 15 + \left(\frac{T}{4}\right) \cdot P_B \cdot 15$

D $C = \left(\frac{T}{2}\right) \cdot P_B + \left(\frac{T}{4}\right) \cdot P_B$

E $C = \left(\frac{T}{2}\right) \cdot P_B \cdot 12 + \left(\frac{T}{4}\right) \cdot P_A \cdot 18$

18. (ENEM) Em certa página de um livro foi anotada uma senha. Para se descobrir qual é a página, dispõe-se da informação de que a soma dos quadrados dos três números correspondentes à página da senha, à página anterior e à página posterior é igual a um certo número k que será informado posteriormente. Denotando por n o número da página da senha, qual é a expressão que relaciona n e k?

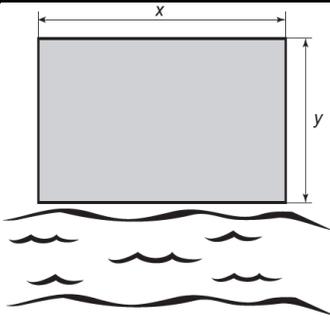
- a) $3n^2 - 4n = k - 2$ b) $3n^2 + 4n = k - 2$ c) $3n^2 = k + 2$
 d) $3n^2 = k - 2$ e) $3n^2 = k$

19. (ENEM) O Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) é uma medida usada para classificar os países pelo seu grau de desenvolvimento. Para seu cálculo, são levados em consideração a expectativa de vida ao nascer, tempo de escolaridade e renda per capita, entre outros. O menor valor deste índice é zero e o maior é um. Cinco países foram avaliados e obtiveram os seguintes índices de desenvolvimento humano: o primeiro país recebeu um valor X, o segundo \sqrt{X} , o terceiro $X/3$, o quarto X^2 e o último X^3 . Nenhum desses países zerou ou atingiu o índice máximo.

Qual desses países obteve o maior IDH?

- a) O primeiro. b) O segundo. c) O terceiro.
 d) O quarto. e) O quinto.

20. (ENEM) Um terreno retangular de lados cujas medidas, em metro, são x e y será cercado para a construção de um parque de diversões. Um dos lados do terreno encontra-se às margens de um rio. Observe a figura.



Para cercar todo o terreno, o proprietário gastará R\$ 7 500,00. O material da cerca custa R\$ 4,00 por metro para os lados do terreno paralelos ao rio, e R\$ 2,00 por metro para os demais lados.

Nessas condições, as dimensões do terreno e o custo total do material podem ser relacionados pela equação

- a) $4(2x + y) = 7\,500$ b) $4(x + 2y) = 7\,500$
c) $2(x + y) = 7\,500$ d) $2(4x + y) = 7\,500$
e) $2(2x + y) = 7\,500$

21. (ENEM) Uma companhia de seguros levantou dados sobre os carros de determinada cidade e constatou que são roubados, em média, 150 carros por ano. O número de carros roubados da marca X é o dobro do número de carros roubados da marca Y, e as marcas X e Y juntas respondem por cerca de 60% dos carros roubados. O número esperado de carros roubados da marca Y é:
a) 20. b) 30. c) 40. d) 50. e) 60

22. (ENEM) Em uma cantina, o sucesso de venda no verão são sucos preparados à base de polpa de frutas. Um dos sucos mais vendidos é o de morango com acerola, que é preparado com $\frac{2}{3}$ de polpa de morango e $\frac{1}{3}$ de polpa de acerola. Para o comerciante, as polpas são vendidas em embalagens de igual volume. Atualmente, a embalagem da polpa de morango custa R\$ 18,00 e a de acerola, R\$ 14,70. Porém, está prevista uma alta no preço da embalagem da polpa de acerola no próximo mês, passando a custar R\$ 15,30.

Para não aumentar o preço do suco, o comerciante negociou com o fornecedor uma redução no preço da embalagem da polpa de morango. A redução, em real, no preço da embalagem da polpa de morango deverá ser de

- a) R\$ 1,20 b) R\$ 0,90 c) R\$ 0,60
d) R\$ 0,40 e) R\$ 0,30