

### ESTATÍSTICA

**Definição:** Podemos entender a Estatística como sendo o método de estudo de comportamento coletivo, cujas conclusões são traduzidas em resultados numéricos.

**Universo Estatístico ou População Estatística:** É qualquer conjunto formado por todos os elementos que possam oferecer dados pertinentes ao assunto em questão.

Ex: Um partido político quer saber a tendência do eleitorado quanto a preferência entre dois candidatos à Presidência da República. O Universo Estatístico é o conjunto de todos os eleitores brasileiros.

**Amostra:** É um subconjunto da população estatística.

Ex: “Numa pesquisa para saber a intenção de votos para presidente da república, foram ouvidas 400 pessoas...”

- Esse grupo de 400 pessoas é uma amostra.
- Cada pessoa ouvida nessa pesquisa é uma unidade estatística.
- Cada informação numérica obtida nessa pesquisa é um dado estatístico.

### Distribuição de Frequência classes unitárias.

**Dados Brutos:** são os primeiros dados obtidos.

**Frequência absoluta (Fa):** É o número de vezes que um determinado valor é observado na amostra.

**Frequência total:** É a soma de todas as frequências absolutas. ( $F_t$ )

**Frequência relativa ( $F_r$ ):**

É o quociente  $F_r = \frac{F}{F_t}$  ou  $F_r = \frac{F}{F_t} \times 100\%$ .

Ex.: Numa turma foram registradas as idades de todos os 25 alunos. Qual a frequência absoluta e a frequência relativa do número de alunos de 14 anos:

15	16	16	15	14
15	17	16	14	14
14	17	15	16	15
16	14	15	15	15
16	15	15	16	17

Solução:

### REPRESENTAÇÃO GRÁFICA

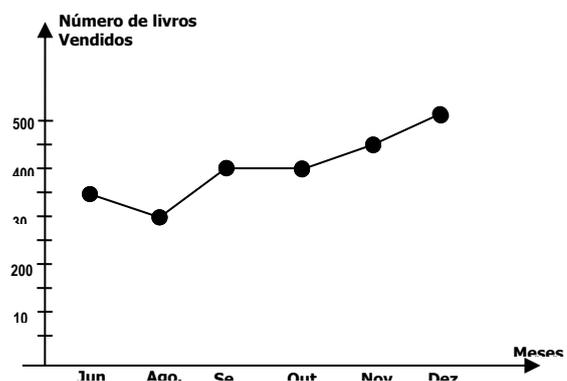
A representação gráfica fornece uma visão de conjunto mais rápida que a observação direta dos dados numéricos. Por isso, os meios de comunicação com frequência oferecem a informação estatística por meios de gráficos.

#### GRÁFICO DE SEGMENTOS

A tabela que segue mostra a venda de livros em uma livraria no segundo semestre de determinado ano.

Meses do segundo Semestre	Número de Livros Vendidos
Julho	350
Agosto	300
Setembro	400
Outubro	400
Novembro	450
Dezembro	500

A situação do exemplo estabelece uma correspondência que pode ser expressa por pares ordenados (Julho, 350), (Agosto, 300), etc. Usando eixos cartesianos, localizamos os 6 pares ordenados e construímos um gráfico de segmentos.



**OBSERVAÇÃO:** O gráfico de segmentos é chamado também de gráfico de linhas.

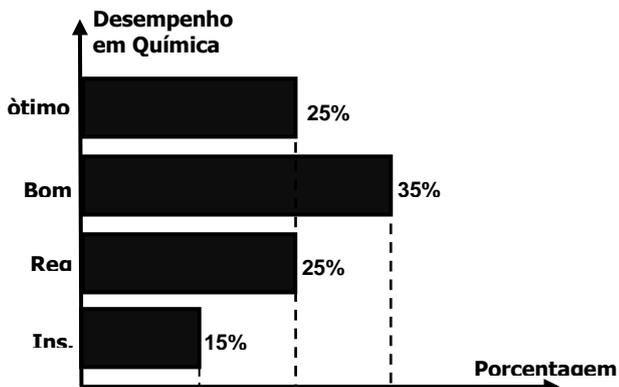
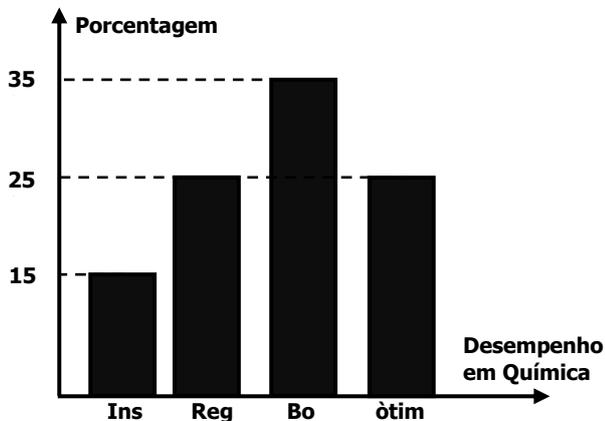
#### GRÁFICO DE COLUNAS E BARRAS

Com base no “desempenho em química” demonstrado pelos alunos de uma classe, um professor elaborou a seguinte tabela:

Desempenho em Química	FA	FR
Insuficiente	6	15%
Regular	10	25%

<b>Bom</b>	<b>14</b>	<b>35%</b>
<b>Ótimo</b>	<b>10</b>	<b>25%</b>
<b>Total</b>	<b>40</b>	<b>100%</b>

Com os dados da tabela é possível construir o gráfico de barras:

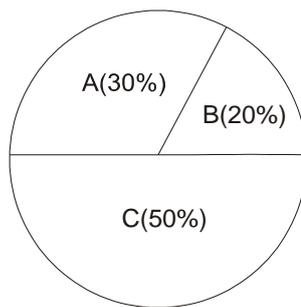


### GRÁFICO DE SETORES

Em um shopping Center ha três salas de cinema, e o número de espectadores em cada uma delas num determinado dia da semana foi de 300 na sala A. 200 na sala B e 500 na sala C.

Veja essa tabela representada em uma tabela de frequências e depois em gráfico de setores:

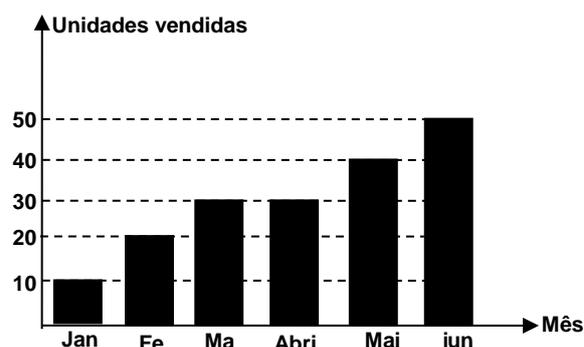
Sala	FA	
<b>A</b>	<b>300</b>	<b>30%</b>
<b>B</b>	<b>200</b>	<b>20%</b>
<b>C</b>	<b>500</b>	<b>50%</b>



Em cada gráfico de setores o círculo todo indica o total (1000 espectadores ou 100%) e cada setor indica a ocupação de uma sala. Na construção do gráfico de setores, determina-se o ângulo correspondente a cada setor por regra de três. Veja como exemplo o da sala A.

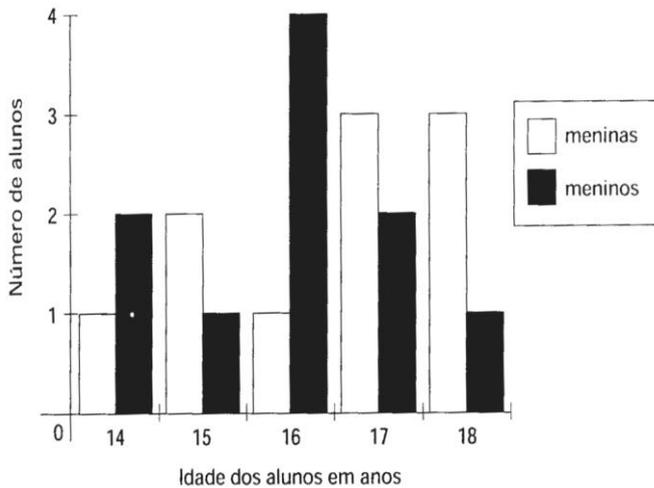
### EXERCÍCIOS

1) O gráfico mostra as vendas de televisores em uma loja:



Pode-se afirmar que:

- as vendas aumentaram mês a mês.
  - foram vendidos 100 televisores até junho.
  - as vendas do mês de maio foram inferiores à soma das vendas de janeiro e fevereiro.
  - foram vendidos 90 televisores até abril.
  - se cada televisor é vendido por R\$ 240,00, em maio a loja faturou, com as vendas desse produto, R\$ 7200,00.
- 2) Num curso de iniciação à informática, a distribuição das idades dos alunos, segundo o sexo, é dada pelo gráfico seguinte.



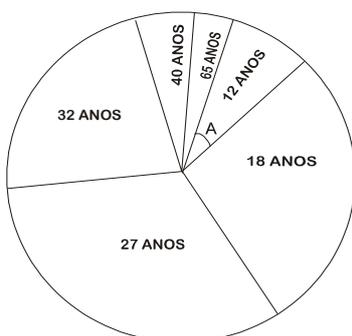
Com base nos dados do gráfico, pode-se afirmar que:

- O número de meninas com, no máximo, 16 anos é maior que o número de meninos nesse mesmo intervalo de idades.
- O número total de alunos é 19.
- A média de idade das meninas é 15 anos.
- O número de meninos é igual ao número de meninas.
- O número de meninos com idade maior que 15 anos é maior que o número de meninas nesse mesmo intervalo de idades.

3) Foram pesquisadas as idades das pessoas de um grupo e obtiveram-se os seguintes resultados:

IDADE(ANOS)	Nº DE PESSOAS
12	5
18	22
27	25
32	16
40	3
65	1
<b>TOTAL</b>	<b>72</b>

O gráfico de setores a seguir representa a distribuição dada na tabela.

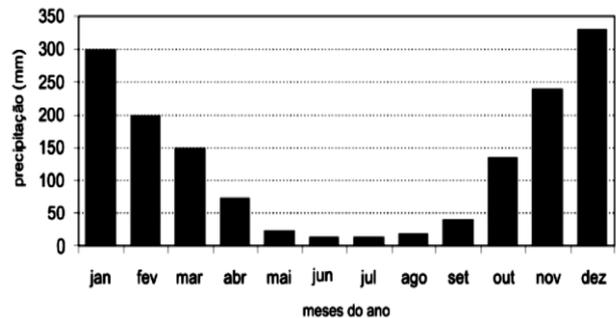


Podemos afirmar que A mede:

- 72°
- 60°
- 25°
- 10°
- 5°

4) O histograma mostra a distribuição salarial (em reais) dos funcionários de uma empresa, calcule a MA, a Mo e a Me dos salários desses funcionários.

5) Os anfíbios são seres que podem ocupar tanto ambientes aquáticos quanto terrestres. Entretanto, há espécies de anfíbios que passam todo o tempo na terra ou então na água. Apesar disso, a maioria das espécies terrestres depende de água para se reproduzir e o faz quando essa existe em abundância. Os meses do ano em que, nessa área, esses anfíbios terrestres poderiam se reproduzir mais eficientemente são de:



A) setembro a dezembro    B) novembro a fevereiro

C) janeiro a abril    D) março a julho

E) maio a agosto

### Medida de Tendência Central

**Média Aritmética (M ou X):** é a soma dos valores dos dados de um conjunto dividido pelo número de dados (elementos) constante nesse conjunto.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

Ex: Considere a seguinte situação:

A tabela abaixo mostra as notas de matemática de um aluno em um determinado ano:

1° Bimestre	3,5
2° Bimestre	7,5
3° Bimestre	9,0
4° Bimestre	6,0

A média aritmética dessas notas é dada por:

**Média Ponderada (dados agrupados):** é calculada multiplicando cada valor do conjunto de dados pelo seu peso (frequência). Depois, encontra-se a soma desses valores que será dividida pela soma dos pesos (frequência total).

$$\bar{x}_p = \frac{x_1 \times p_1 + x_2 \times p_2 + \dots + x_n \times p_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}$$

Ex:

**Mediana (Me):** Considerando um conjunto de dados dispostos por ordem crescente e decrescente, o valor que ocupa a posição central é a mediana.

Quando n é igual ao total de dados temos:

Se n é ímpar, a mediana é o termo central do rol.

Se n é par, a mediana é a média aritmética dos termos centrais do rol.

Ex:

**Moda (Mo):** considerando um conjunto de dados a moda é o dado com maior frequência.

Ex: Foram registradas as idades de 25 alunos de uma turma. Qual a moda do conjunto de dados.

15	16	16	15	14
15	17	16	14	14
14	17	15	16	15
16	14	15	15	15
16	15	15	16	17

Ex:

- Na amostra (3; 4; 7; 3; 7; 9; 7) a moda é  $M_o = 7$
- Na amostra (9; 9; 5; 7; 10; 22; 1; 10) Aqui temos duas modas  $M_o = 9$  e  $M_o = 10$  (Amostra bimodal)
- Na amostra (1; 3; 5; 7; 9) não apresenta moda, pois todos os elementos tem a mesma frequência.

### Medidas de Dispersão

**Desvio absoluto médio(D.AM.) :** Determina o quanto cada nota está afastada da média. Essas diferenças são chamadas de desvio.

O desvio absoluto médio de uma amostra de números  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  de média aritmética "MA" é o número dado por:

$$DAM = \frac{|X_1 - MA| + |X_2 - MA| + \dots + |X_n - MA|}{n}$$

**Variância ( $\delta^2$ ):** É uma outra medida estatística que indica o afastamento de uma amostra em relação a média aritmética. Define-se Variância como a média aritmética dos quadrados dos desvios dos elementos da amostra:

A variância de uma amostra de números  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  de média aritmética "MA", é o número dado por:

$$V = \frac{(X_1 - MA)^2 + (X_2 - MA)^2 + \dots + (X_n - MA)^2}{n}$$

**Desvio Padrão ( $\delta$ ):** É a raiz quadrada da Variância.

Ex: Considere a seguinte situação:

Dois candidatos disputam uma única vaga em uma empresa. Foram realizados vários testes com esses dois candidatos: Eduardo e Vicente. A tabela a seguir mostra os desempenhos dos dois candidatos nas provas a que se submeteram:

	Eduardo	Vicente
Português	8,5	9,5
Matemática	9,5	9,0
Informática	8,0	8,5
Inglês	7,0	8,0
Economia	7,0	5,0

Qual a DAM?

Qual a Variância?

Qual o Desvio Padrão?

### Exercícios

1) Os salários dos funcionários de uma empresa estão distribuídos na tabela abaixo:

Salário	Frequência
\$400,00	5
\$600,00	2
\$1.000,00	2
\$5.000,00	1

Determine o salário médio, o salário mediano e o salário modal.

2) As notas de um candidato em suas provas de um concurso foram: 8,4; 9,1; 7,2; 6,8; 8,7 e 7,2.

A nota média, a nota mediana e a nota modal desse aluno, são respectivamente:

- a) 7,9; 7,8; 7,2
- b) 7,2; 7,8; 7,9
- c) 7,8; 7,8; 7,9
- d) 7,2; 7,8; 7,9
- e) 7,8; 7,9; 7,2

3) Num determinado país a população feminina representa 51% da população total. Sabendo-se que a idade média (média aritmética das idades) da população feminina é de 38 anos e a da masculina é de 36 anos. Qual a idade média da população?

- a) 37,02 anos
- b) 37,00 anos
- c) 37,20 anos
- d) 36,60 anos
- e) 37,05 anos

4) Um dado foi lançado 50 vezes. A tabela a seguir mostra os seis resultados possíveis e as suas respectivas frequências de ocorrências:

A frequência de aparecimento de um resultado ímpar foi de:

Resultado	1	2	3	4	5	6
Frequência	7	9	8	7	9	10

- a) 2/5
- b) 11/25
- c) 12/25
- d) 1/2
- e) 13/25

5) Um conjunto de dados numéricos tem variância igual a zero. Podemos concluir que:

- a) a média também vale zero.
- b) a mediana também vale zero.
- c) a moda também vale zero.

d) o desvio padrão também vale zero.

e) todos os valores desse conjunto são iguais a zero.

6) Considere as seguintes medidas descritivas das notas finais dos alunos de três turmas:

TURMA	NÚMERO DE ALUNOS	MÉDIA	DESVIO PADRÃO
A	15	6,0	1,31
B	15	6,0	3,51
C	14	6,0	2,61

Com base nesses dados, considere as seguintes afirmativas:

1. Apesar de as médias serem iguais nas três turmas, as notas dos alunos da turma B foram as que se apresentaram mais heterogêneas.
  2. As três turmas tiveram a mesma média, mas com variação diferente.
  3. As notas da turma A se apresentaram mais dispersas em torno da média.
- Assinale a alternativa correta.
- a) Somente a afirmativa 3 é verdadeira.
  - b) Somente a afirmativa 2 é verdadeira.
  - c) Somente as afirmativas 2 e 3 são verdadeiras.
  - d) Somente as afirmativas 1 e 2 são verdadeiras.
  - e) Somente as afirmativas 1 e 3 são verdadeiras.

7) (ENEM) O quadro seguinte mostra o desempenho de um time de futebol no último campeonato. A coluna da esquerda mostra o número de gols marcados e a coluna da direita informa em quantos jogos o time marcou aquele número de gols.

Gols marcados	Quantidade de partidas
0	5
1	3
2	4
3	3
4	2
5	2
7	1

Se X, Y e Z são, respectivamente, a média, a mediana e a moda desta distribuição, então

- a)  $X = Y < Z$ .
- b)  $Z < X = Y$ .
- c)  $Y < Z < X$ .
- d)  $Z < X < Y$ .
- e)  $Z < Y < X$ .

8) (ENEM) Marco e Paulo foram classificados em um concurso. Para classificação no concurso o candidato deveria obter média aritmética na pontuação igual ou superior a 14. Em caso de empate na média, o desempate seria em favor da pontuação mais regular. No quadro a seguir são apresentados os pontos obtidos nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos Gerais, a média, a mediana e o desvio padrão dos dois candidatos.

Dados dos candidatos no concurso

	Matemática	Português	Conhecimentos Gerais	Média	Mediana	Desvio Padrão
Marco	14	15	16	15	15	0,32
Paulo	8	19	18	15	18	4,97

**O candidato com pontuação mais regular, portanto mais bem classificado no concurso, é**

- Marco, pois a média e a mediana são iguais.
- Marco, pois obteve o menor desvio padrão.
- Paulo, pois obteve a maior pontuação da tabela, 19 pontos em Português.
- Paulo, pois obteve a maior mediana.
- Paulo, pois obteve maior desvio padrão.

### QUESTÕES ENEM

**1.** Enem 2017 – As empresas que possuem Serviço de Atendimento ao Cliente (SAC), em geral, informam ao cliente que utiliza o serviço um número de protocolo de atendimento. Esse número resguarda o cliente para eventuais reclamações e é gerado, consecutivamente, de acordo com os atendimentos executados. Ao término do mês de janeiro de 2012, uma empresa registrou como último número de protocolo do SAC o 390 978 467. Do início do mês de fevereiro até o fim do mês de dezembro de 2012, foram abertos 22 580 novos números de protocolos.

O algarismo que aparece na posição da dezena de milhar do último número de protocolo de atendimento registrado em 2012 pela empresa é

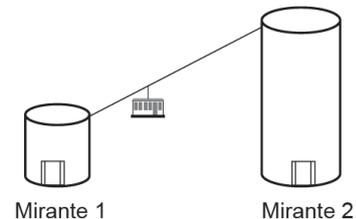
- 0.
- 2.
- 4.
- 6.
- 8.

**2.** Enem 2018 – Um edifício tem uma numeração dos andares iniciando no térreo (T), e continuando com primeiro, segundo, todo terceiro, ..., até o último andar. Uma criança entrou em elevador e, tocando no painel, seguiu uma sequência de andares, parando, abrindo e fechando a porta no andares. A partir de um dia, o elevador subiu sete andares, em seguida desceu dez, desceu mais de treze, subiu nove, desceu quatro e parou no quinto andar, finalizando uma sequência. Considere que, no transporte seguido pela criança, o movimento parou de uma vez no último andar do edifício.

De acordo com as informações dadas, o último andar é o

- 16°
- 22°
- 23°
- 25°
- 32°

**3.** Enem 2017 – Em um parque há dois mirantes de alturas distintas que são acessados por elevador panorâmico. O topo do mirante 1 é acessado pelo elevador 1, enquanto que o topo do mirante 2 é acessado pelo elevador 2. Eles encontram-se a uma distância possível de ser percorrida a pé, e entre os mirantes há um teleférico que os liga que pode ou não ser utilizado pelo visitante.



O acesso aos elevadores tem os seguintes custos:

- Subir pelo elevador 1: R\$ 0,15;
- Subir pelo elevador 2: R\$ 1,80;
- Descer pelo elevador 1: R\$ 0,10;
- Descer pelo elevador 2: R\$ 2,30.

O custo da passagem do teleférico partindo do topo do mirante 1 para o topo do mirante 2 é de R\$ 2,00, e do topo do mirante 2 para o topo do mirante 1 é de R\$ 2,50.

Qual é o menor custo, em real, para uma pessoa visitar os topos dos dois mirantes e retornar ao solo?

- 2,25
- 3,90
- 4,35
- 4,40
- 4,45

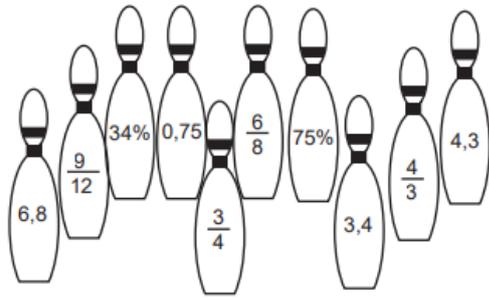
**4.** Enem 2018 - O artigo 33 da lei brasileira sobre drogas prevê a pena de reclusão de 5 a 15 anos para qualquer pessoa que seja condenada por tráfico ilícito ou produção não autorizada de drogas. Entretanto, caso o condenado seja réu primário, com bons antecedentes criminais, essa pena pode sofrer uma redução de um sexto a dois terços.

Suponha que um réu primário, com bons antecedentes criminais, foi condenado pelo artigo 33 da lei brasileira sobre drogas.

Após o benefício da redução de pena, sua pena poderá variar de

- 1 ano e 8 meses a 12 anos e 6 meses.
- 1 ano e 8 meses a 5 anos.
- 3 anos e 4 meses a 10 anos.
- 4 anos e 2 meses a 5 anos.
- 4 anos e 2 meses a 12 anos e 6 meses.

**5.** Enem 2019 PPL - O boliche é um esporte cujo objetivo é derrubar, com uma bola, uma série de pinos alinhados em uma pista. A professora de matemática organizou um jogo de boliche em que os pinos são garrafas que possuem rótulos com números, conforme mostra o esquema.



O aluno marca pontos de acordo com a soma das quantidades expressas nos rótulos das garrafas que são derrubadas. Se dois ou mais rótulos representam a mesma quantidade, apenas um deles entra na contagem dos pontos. Um aluno marcou 7,55 pontos em uma jogada. Uma das garrafas que ele derrubou tinha o rótulo 6,8.

A quantidade máxima de garrafas que ele derrubou para obter essa pontuação é igual a  
a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

**6.** Enem 2017 – Uma escola organizou uma corrida de revezamento 4 x 400 metros, que consiste em uma prova esportiva na qual os atletas correm 400 metros cada um deles, segurando um bastão, repassando-o de um atleta para outro da mesma equipe, realizando três trocas ao longo do percurso, até o quarto atleta, que cruzará a linha de chegada com o bastão. A equipe ganhadora realizou a prova em um tempo total de 325 segundos.

O segundo corredor da equipe ganhadora correu seus 400 metros 15 segundos mais rápido do que o primeiro; já o terceiro realizou seus 400 metros 5 segundos mais rápido que o segundo corredor, e o último realizou seu percurso em  $\frac{3}{4}$  do tempo realizado pelo primeiro.

Qual foi o tempo, em segundo, em que o último atleta da equipe ganhadora realizou seu percurso de 400 metros?  
a) 58 b) 61 c) 69 d) 72 e) 96

**7.** Enem 2017 – Em alguns países anglo-saxões, a unidade de volume utilizada para indicar o conteúdo de alguns recipientes é a onça fluida britânica. O volume de uma onça fluida britânica corresponde a 28,4130625 ml.

A título de simplificação, considere uma onça fluida britânica correspondendo a 28 ml.

Nessas condições, o volume de um recipiente com capacidade de 400 onças fluidas britânicas, em  $\text{cm}^3$ , é igual a

a) 11200. b) 1120. c) 112. d) 11,2. e) 1,12.

**8.** Enem 2017 – Um instituto de pesquisas eleitorais recebe uma encomenda na qual a margem de erro deverá ser de, no máximo, 2 pontos percentuais (0,02).

O instituto tem 5 pesquisas recentes, P1 a P5, sobre o tema objeto da encomenda e irá usar a que tiver o erro menor que o pedido. Os dados sobre as pesquisas são os seguintes:

Pesquisa	$\sigma$	N	$\sqrt{N}$
P1	0,5	1 764	42
P2	0,4	784	28
P3	0,3	576	24
P4	0,2	441	21
P5	0,1	64	8

$$|e| < 1,96 \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

O erro pode ser expresso por  $\sigma$  em que  $\sigma$  sigma um parâmetro e N é o número de pessoas entrevistadas pela pesquisa.

Qual pesquisa deverá ser utilizada?

a) P1 b) P2 c) P3 d) P4 e) P5

**9.** Enem 2019 PPL - Um asteroide batizado de 2013-TV135 passou a aproximadamente  $6,7 \times 10^6$  quilômetros da Terra. A presença do objeto espacial nas proximidades da Terra foi detectada por astrônomos ucranianos, que alertaram para uma possível volta do asteroide em 2032.

Disponível em: [www1.folha.uol.com.br](http://www1.folha.uol.com.br). Acesso em: 30 out. 2013.

O valor posicional do algarismo 7, presente na notação científica da distância, em quilômetro, entre o asteroide e a Terra, corresponde a:

a) 7 décimos de quilômetro. b) 7 centenas de quilômetros.  
c) 7 dezenas de milhar de quilômetros.  
d) 7 centenas de milhar de quilômetros.  
e) 7 unidades de milhão de quilômetros

**10.** Enem 2019 - A bula de um antibiótico infantil, fabricado na forma de xarope, recomenda que sejam ministrados, diariamente, no máximo 500 mg desse medicamento para cada quilograma de massa do paciente. Um pediatra prescreveu a dosagem máxima desse antibiótico para ser ministrada diariamente a uma criança de 20 kg pelo período de 5 dias. Esse medicamento pode ser comprado em frascos de 10 mL, 50 mL, 100 mL, 250 mL e 500 mL. Os pais dessa criança decidiram comprar a quantidade exata de medicamento que precisará ser ministrada no tratamento, evitando a sobra de medicamento. Considere que 1 g desse medicamento ocupe um volume de 1  $\text{cm}^3$ . A capacidade do frasco, em mililitro, que esses pais deverão comprar é:

a) 10. B) 50. c) 100. d) 250. e) 500.

**11.** Enem 2019 - Um casal planejou uma viagem e definiu como teto para o gasto diário um valor de até R\$ 1 000,00. Antes de decidir o destino da viagem, fizeram uma pesquisa sobre a taxa de câmbio vigente para as moedas de cinco países que desejavam visitar e também sobre as estimativas de gasto diário em cada um, com o objetivo de escolher o destino que apresentasse o menor custo diário em real. O quadro mostra os resultados obtidos com a pesquisa realizada.

Pais de destino	Moeda local	Taxa de câmbio	Gasto diário
França	Euro (€)	R\$ 3,14	315,00 €
EUA	Dólar (US\$)	R\$ 2,78	US\$ 390,00
Austrália	Dólar australiano (A\$)	R\$ 2,14	A\$ 400,00
Canadá	Dólar canadense (C\$)	R\$ 2,10	C\$ 410,00
Reino Unido	Libra esterlina (£)	R\$ 4,24	£ 290,00

Nessas condições, qual será o destino escolhido para a viagem?

- a) Austrália. b) Canadá. c) EUA. d) França. e) Reino Unido

**12.** A gripe é uma infecção respiratória aguda de curta duração causada pelo vírus influenza. Ao entrar no nosso organismo pelo nariz, esse vírus multiplica-se, disseminando-se para a garganta e demais partes das vias respiratórias, incluindo os pulmões. O vírus influenza é uma partícula esférica que tem um diâmetro interno de 0,00011 mm. Disponível em: www.gripenet.pt. Acesso em: 2 nov. 2013 (adaptado). Em notação científica, o diâmetro interno do vírus influenza, em mm, é

- a)  $1,1 \times 10^{-1}$  b)  $1,1 \times 10^{-2}$  c)  $1,1 \times 10^{-3}$   
d)  $1,1 \times 10^{-4}$  e)  $1,1 \times 10^{-5}$

**13.** Enem - O Sistema Métrico Decimal é o mais utilizado atualmente para medir comprimentos e distâncias. Em algumas atividades, porém, é possível observar a utilização de diferentes unidades de medida. Um exemplo disso pode ser observado no quadro.

Unidade	Equivalência
Polegada	2,54 centímetros
Jarda	3 pés
Jarda	0,9144 metro

Assim, um pé, em polegada, equivale a

- a) 0,1200. b) 0,3048. c) 1,0800. d) 12,0000. e) 36,0000.

**14.** Enem 2016 – O pacote de salgadinho preferido de uma menina é vendido em embalagens com diferentes quantidades. A cada embalagem é atribuído um número de pontos na promoção:

“Ao totalizar exatamente 12 pontos em embalagens e acrescentar mais R\$ 10,00 ao valor da compra, você ganhará um bichinho de pelúcia”.

Esse salgadinho é vendido em três embalagens com as seguintes massas, pontos e preços:

Massa da embalagem (g)	Pontos da embalagem	Preço (R\$)
50	2	2,00
100	4	3,60
200	6	6,40

A menor quantia a ser gasta por essa menina que a possibilite levar o bichinho de pelúcia nessa promoção é

- a) R\$ 10,80. b) R\$ 12,80. c) R\$ 20,80.  
d) R\$ 22,00. e) R\$ 22,80.

**15.** Uma empresa especializada em conservação de piscinas utiliza um produto para tratamento da água cujas especificações técnicas sugerem que seja adicionado 1,5 ml desse produto para cada 1000 l de água da piscina. Essa empresa foi contratada para cuidar de uma piscina de base retangular, de profundidade constante igual a 1,7 m, com largura e comprimento iguais a 3 m e 5 m, respectivamente. O nível da lâmina d'água dessa piscina é mantido a 50 cm da borda da piscina. A quantidade desse produto, em mililitro, que deve ser adicionada a essa piscina de modo a atender às suas especificações técnicas é:

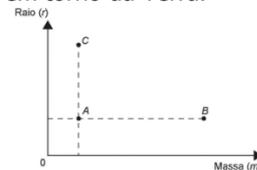
- a) 11,25 b) 27,00 c) 28,80 d) 32,25 e) 49,50

### Razão e Proporção

**01.** De acordo com a Lei Universal da Gravitação, proposta por Isaac Newton, a intensidade da força gravitacional  $F$  que a Terra exerce sobre um satélite em órbita circular é proporcional à massa  $m$  do satélite e inversamente proporcional ao quadrado do raio  $r$  da órbita, ou seja,

$$F = \frac{km}{r^2}$$

No plano cartesiano, três satélites, A, B e C, estão representados, cada um, por um ponto  $(m ; r)$  cujas coordenadas são, respectivamente, a massa do satélite e o raio da sua órbita em torno da Terra.



Com base nas posições relativas dos pontos no gráfico,

deseja-se comparar as intensidades  $F_A, F_B$  e  $F_C$  da força gravitacional que a Terra exerce sobre os satélites A, B e C, respectivamente.

As intensidades  $F_A, F_B$  e  $F_C$  expressas no gráfico satisfazem a relação

- a)  $F_C = F_A < F_B$  b)  $F_A = F_B < F_C$  c)  $F_A < F_B < F_C$   
d)  $F_A < F_C < F_B$  e)  $F_C < F_A < F_B$

**02.** O fisiologista inglês Archibald Vivian Hill propôs, em seus estudos, que a velocidade  $V$  de contração de um músculo ao ser submetido a um peso  $p$  é dada pela equação  $(p + a)(v + b) = K$ , com  $a, b$  e  $K$  constantes. Um fisioterapeuta, com o intuito de maximizar o efeito benéfico dos exercícios que recomendaria a um de seus pacientes, quis estudar essa equação e a classificou desta forma:

TIPO DE CURVA
Semirreta oblíqua
Semirreta horizontal
Ramo de parábola
Arco de circunferência
Ramo de hipérbole

O fisioterapeuta analisou a dependência entre  $v$  e  $p$  na equação de Hill e a classificou de acordo com sua representação geométrica no plano cartesiano, utilizando o par de coordenadas  $(p, V)$ . Admita que  $K > 0$ .

Disponível em: <http://rspb.royalsocietypublishing.org>. Acesso em: 14jul2015 (adaptado).

O gráfico da equação que o fisioterapeuta utilizou para maximizar o efeito dos exercícios é do tipo

- a) Semirreta oblíqua. b) semirreta horizontal.

- c) ramo de parábola. d) arco de circunferência.  
e) ramo de hipérbole.

**03.** A resistência das vigas de dado comprimento é diretamente proporcional à largura (b) e ao quadrado da altura (d), conforme a figura. A constante de proporcionalidade k varia de acordo com o material utilizado na sua construção.

Considerando-se S como a resistência, a representação algébrica que exprime essa relação é:

- a)  $S = k \cdot b \cdot d$  b)  $S = b \cdot d^2$  c)  $S = k \cdot b \cdot d^2$   
d)  $S = (k \cdot b)/d^2$  e)  $S = (k \cdot d^2)/b$

**04.** A resistência mecânica S de uma viga de madeira, em forma de um paralelepípedo retângulo, é diretamente proporcional à sua largura (b) e ao quadrado de sua altura (d) e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os suportes da viga, que coincide com o seu comprimento (x), conforme ilustra a figura. A constante de proporcionalidade k é chamada de resistência da viga. A expressão que traduz a resistência S dessa viga de madeira é

- a)  $s = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x^2}$  b)  $s = \frac{k \cdot b \cdot d}{x^2}$  c)  $s = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x}$  d)  $s = \frac{k \cdot b^2 \cdot d}{x}$  e)  $s = \frac{k \cdot b \cdot 2d}{2x}$

**05.** Numa tarefa escolar, um aluno precisava fazer a planta baixa de sua casa em uma escala de 1 : 40. Ele verificou que a base da casa era retangular, tendo 12 metros de comprimento e 8 metros de largura. O aluno foi a uma papelaria e lá observou que havia cinco tipos de folhas de papel, todas com diferentes dimensões. O quadro contém os cinco tipos de folhas, com seus comprimentos e larguras fornecidos em centímetro.

Folha de papel	Comprimento	Largura
Tipo I	16	12
Tipo II	30	20
Tipo III	32	22
Tipo IV	34	24
Tipo V	48	32

O aluno analisou os cinco tipos de folha e comprou a que possuía as dimensões mínimas necessárias para que ele fizesse a planta de sua casa na escala desejada, deixando exatamente 2 centímetros de margem em cada um dos quatro lados da folha.

A folha escolhida pelo aluno foi a de tipo  
a) I. b) II. c) III. d) IV. e) V.

**06.** Para a compra de um repelente eletrônico, uma pessoa fez uma pesquisa nos mercados de seu bairro. Cada tipo de repelente pesquisado traz escrito no rótulo da embalagem as informações quanto à duração, em dia, associada à quantidade de horas de utilização por dia. Essas informações e o preço por unidade foram representados no quadro.

Tipo	Duração em dia	Horas por dia de utilização	Preço em real
I	30	12	12,00
II	32	9	9,00
III	40	10	10,00
IV	44	8	11,00
V	48	8	12,00

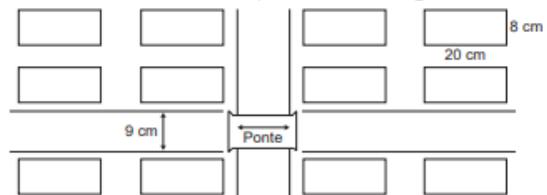
A pessoa comprará aquele que apresentar o menor custo diário, quando ligado durante 8 horas por dia. Nessas condições, o repelente eletrônico que essa pessoa comprará é do tipo

- a) I. b) II. c) III. d) IV. e) V

**07.** José, Carlos e Paulo devem transportar em suas bicicletas uma certa quantidade de laranjas. Decidiram dividir o trajeto a ser percorrido em duas partes, sendo que ao final da primeira parte eles redistribuiriam a quantidade de laranjas que cada um carregava dependendo do cansaço de cada um. Na primeira parte do trajeto José, Carlos e Paulo dividiram as laranjas na proporção 6 : 5 : 4, respectivamente. Na segunda parte do trajeto José, Carlos e Paulo dividiram as laranjas na proporção 4 : 4 : 2, respectivamente. Sabendo-se que um deles levou 50 laranjas a mais no segundo trajeto, qual a quantidade de laranjas que José, Carlos e Paulo, nessa ordem, transportaram na segunda parte do trajeto?

- a) 600, 550, 350 b) 300, 300, 150 c) 300, 250, 200  
d) 200, 200, 100 e) 100, 100, 50

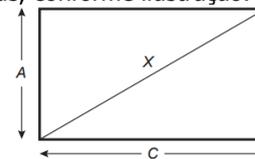
**08.** Em um trabalho escolar, um aluno fez uma planta do seu bairro, utilizando a escala 1 : 500, sendo que as quadras possuem as mesmas medidas, conforme a figura.



O professor constatou que o aluno esqueceu de colocar a medida do comprimento da ponte na planta, mas foi informado por ele que ela mede 73 m. O valor a ser colocado na planta, em centímetro, referente ao comprimento da ponte deve ser:

- a) 1,46. b) 6,8. c) 14,6. d) 68. e) 146.

**09.** A unidade de medida utilizada para anunciar o tamanho das telas de televisores no Brasil é a polegada, que corresponde a 2,54 cm. Diferentemente do que muitos imaginam, dizer que a tela de uma TV tem X polegadas significa que a diagonal do retângulo que representa sua tela mede X polegadas, conforme ilustração.



O administrador de um museu recebeu uma TV convencional de 20 polegadas, que tem como razão do comprimento (C) pela altura (A) a proporção 4 : 3, e precisa calcular o comprimento (C) dessa TV a fim de colocá-la em uma estante para exposição.

A tela dessa TV tem medida do comprimento C, em centímetro, igual a

- a) 12,00. b) 16,00. c) 30,48. d) 40,64. e) 50,80.

**10.** Os tipos de prata normalmente vendidos são 975, 950 e 925. Essa classificação é feita de acordo com a sua pureza. Por exemplo, a prata 975 é a substância constituída de 975 partes de prata pura e 25 partes de cobre em 1 000 partes da substância. Já a prata 950 é constituída de 950 partes de prata pura e 50 de cobre em 1 000; e a prata 925 é constituída de 925 partes de prata pura e 75 partes de cobre em 1 000. Um ourives possui 10 gramas de prata 925 e deseja obter 40 gramas de prata 950 para produção de uma joia.

Nessas condições, quantos gramas de prata e de cobre, respectivamente, devem ser fundidos com os 10 gramas de prata 925?

- a) 29,25 e 0,75 b) 28,75 e 1,25 c) 28,50 e 1,50  
d) 27,75 e 2,25 e) 25,00 e 5,00



- a) 150%   b) 250%   c) 275%   d) 525%   e) 625%

**04.** (ENEM) A conta de telefone de uma loja foi, nesse mês, de R\$ 200,00. O valor da assinatura mensal, já incluso na conta, é de R\$ 40,00, o qual dá direito a realizar uma quantidade ilimitada de ligações locais para telefones fixos. As ligações para celulares são tarifadas separadamente. Nessa loja, são feitas somente ligações locais, tanto para telefones fixos quanto para celulares. Para reduzir os custos, o gerente planeja, para o próximo mês, uma conta de telefone com valor de R\$ 80,00. Para que esse planejamento se cumpra, a redução percentual com gastos em ligações para celulares nessa loja deverá ser de:

- a) 25%   b) 40%   c) 50%   d) 60%   e) 75%

**05.** (ENEM) Deseja-se comprar determinado produto e, após uma pesquisa de preços, o produto foi encontrado em 5 lojas diferentes, a preços variados.

- Loja 1: 20% de desconto, que equivale a R\$ 720,00, mais R\$ 70,00 de frete;
- Loja 2: 20% de desconto, que equivale a R\$ 740,00, mais R\$ 50,00 de frete;
- Loja 3: 20% de desconto, que equivale a R\$ 760,00, mais R\$ 80,00 de frete;
- Loja 4: 15% de desconto, que equivale a R\$ 710,00, mais R\$ 10,00 de frete;
- Loja 5: 15% de desconto, que equivale a R\$ 690,00, sem custo de frete.

O produto foi comprado na loja que apresentou o menor preço total. O produto foi adquirido na loja

- a) 1.   b) 2.   c) 3.   d) 4.   e) 5.

**06.** (ENEM) Uma empresa divide o balanço anual de vendas de seus produtos em duas partes, calculando o número de vendas dos produtos ao final de cada semestre do ano. Após o balanço do primeiro semestre, foram realizadas ações de marketing para os cinco produtos menos vendidos da empresa. A tabela mostra a evolução das vendas desses produtos, do primeiro para o segundo semestre.

Produto	Número de unidades vendidas no primeiro semestre	Número de unidades vendidas no segundo semestre
I	350	600
II	1 000	1 100
III	4 000	4 500
IV	850	1 200
V	2 000	2 600

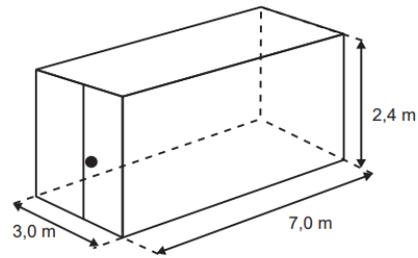
O sucesso de uma ação de marketing de um produto é medido pelo aumento percentual do número de unidades vendidas desse produto, do primeiro para o segundo semestre.

A ação de marketing mais bem-sucedida foi para o produto

- a) I.   b) II.   c) III.   d) IV.   e) V.

**07.** (ENEM) Uma empresa especializou-se no aluguel de contêineres que são utilizados como unidades comerciais móveis. O modelo padrão alugado pela empresa tem altura de 2,4 m e as outras duas

dimensões (largura e comprimento), 3,0 m e 7,0 m, respectivamente.



Um cliente solicitou um contêiner com altura padrão, porém, com largura 40% maior e comprimento 20% menor que as correspondentes medidas do modelo padrão. Para atender às necessidades de mercado, a empresa também disponibiliza um estoque de outros modelos de contêineres, conforme o quadro.

Modelos com altura de 2,4 m	Largura (em metro)	Comprimento (em metro)
I	4,2	8,4
II	4,2	5,6
III	4,2	5,8
IV	5,0	5,6
V	5,0	8,4

Dos modelos disponíveis, qual atende às necessidades do cliente?

- a) I   b) II   c) III   d) IV   e) V

**08.** (ENEM) Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras.

Um cliente deseja comprar um produto que custava R\$ 50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja.

Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de

- a) 15,00   b) 14,00   c) 10,00   d) 5,00   e) 4,00

**09.** (ENEM) O contribuinte que vende mais de R\$ 20 mil de ações em Bolsa de Valores em um mês deverá pagar Imposto de Renda. O pagamento para a Receita Federal consistirá em 15% do lucro obtido com a venda das ações.

Disponível em: [www1.folha.uol.com.br](http://www1.folha.uol.com.br). Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado).

Um contribuinte que vende por R\$ 34 mil um lote de ações que custou R\$ 26 mil terá de pagar de Imposto de Renda à Receita Federal o valor de:

- a) R\$ 900,00.   b) R\$ 1 200,00.   c) R\$ 2 100,00.

- d) R\$ 3 900,00.   e) R\$ 5 100,00.

**10.** Um comerciante visita um centro de vendas para fazer cotação de preços dos produtos que deseja comprar. Verifica que se aproveita 100% da quantidade adquirida de produtos do tipo A, mas apenas 90% de produtos do tipo B. Esse comerciante deseja comprar uma quantidade de produtos, obtendo o menor

custo/benefício em cada um deles. O quadro mostra o preço por quilograma, em reais, de cada produto comercializado.

Produto	Tipo A	Tipo B
Arroz	2,00	1,70
Feijão	4,50	4,10
Soja	3,80	3,50
Milho	6,00	5,30

Os tipos de arroz, feijão, soja e milho que devem ser escolhidos pelo comerciante são, respectivamente,

- a) A, A, A, A.    b) A, B, A, B.    c) A, B, B, A.  
d) B, A, A, B.    e) B, B, B, B.

**11.** A baixa procura por carne bovina e o aumento de oferta de animais para abate fizeram com que o preço da arroba do boi apresentasse queda para o consumidor. No ano de 2012, o preço da arroba do boi caiu de R\$ 100,00 para R\$ 93,00.

Disponível em: [www.diariodemarilia.com.br](http://www.diariodemarilia.com.br). Acesso em: 14 ago. 2012

Com o mesmo valor destinado à aquisição de carne, termos de perda ou ganho, o consumidor

- a) ganhou 6,5% em poder aquisitivo de carne.  
b) ganhou 7% em poder aquisitivo de carne.  
c) ganhou 7,5% em poder aquisitivo de carne.  
d) perdeu 7% em poder aquisitivo de carne.  
e) perdeu 7,5% em poder aquisitivo de carne.

**12.** Uma fábrica de papel higiênico produz embalagens com quatro rolos de 30 m cada, cujo preço para o consumidor é R\$ 3,60. Uma nova embalagem com dez rolos de 50 m cada, de mesma largura, será lançada no mercado. O preço do produto na nova embalagem deve ser equivalente ao já produzido, mas, para incentivar as vendas, inicialmente o preço de venda terá um desconto de 10%.

Para que isso aconteça, o preço de venda da nova embalagem, em real, deve ser

- a) 8,10.    b) 9,00.    c) 9,90.    d) 13,50.    e) 15,00.

**13.** Devido ao não cumprimento das metas definidas para a campanha de vacinação contra a gripe comum e o vírus H1N1 em um ano, o Ministério da Saúde anunciou a prorrogação da campanha por mais uma semana. A tabela apresenta as quantidades de pessoas vacinadas dentre os cinco grupos de risco até a data de início da prorrogação da campanha.

Balancço parcial nacional da vacinação contra a gripe			
Grupo de risco	População (milhão)	População já vacinada	
		(milhão)	(%)
Crianças	4,5	0,9	20
Profissionais de saúde	2,0	1,0	50
Gestantes	2,5	1,5	60
Indígenas	0,5	0,4	80
Idosos	20,5	8,2	40

Disponível em: <http://portalsaude.saude.gov.br>. Acesso em: 16 ago. 2012.

Qual é a porcentagem do total de pessoas desses grupos de risco já vacinadas?

- a)12    b)18    c)30    d)40    e)50

**14.** O colesterol total de uma pessoa é obtido pela soma da taxa do seu "colesterol bom" com a taxa do seu "colesterol ruim". Os exames periódicos, realizados em um paciente adulto, apresentaram taxa normal de "colesterol bom", porém, taxa do "colesterol ruim" (também chamado LDL) de 280 mg/dL. O quadro apresenta uma classificação de acordo com as taxas de LDL em adultos.

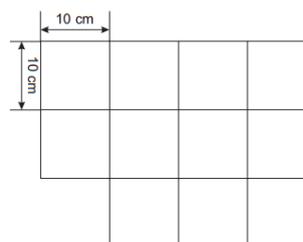
Taxa de LDL (mg/dL)	
Ótima	Menor do que 100
Próxima de ótima	De 100 a 129
Limite	De 130 a 159
Alta	De 160 a 189
Muito alta	190 ou mais

Disponível em: [www.minhavidade.com.br](http://www.minhavidade.com.br). Acesso em: 15 out. 2015 (adaptado).

O paciente, seguindo as recomendações médicas sobre estilo de vida e alimentação, realizou o exame logo após o primeiro mês, e a taxa de LDL reduziu 25%. No mês seguinte, realizou novo exame e constatou uma redução de mais 20% na taxa de LDL.

De acordo com o resultado do segundo exame, a classificação da taxa de LDL do paciente é

- a) ótima.    b) próxima de ótima.    c) limite  
d) alta.    e) muito alta.



A área total, a ser disponibilizada para a construção do centro comunitário, dos quiosques e das praças de lazer e alimentação, não poderá ultrapassar

- a) 40000 m<sup>2</sup>.    b) 4000 m<sup>2</sup>.    c) 400 m<sup>2</sup>.    d) 40 m<sup>2</sup>.    e) 4 m<sup>2</sup>.

**16.** O condomínio de um edifício permite que cada proprietário de apartamento construa um armário em sua vaga de garagem. O projeto da garagem, na escala 1 : 100, foi disponibilizado aos interessados já com as especificações das dimensões do armário, que deveria ter o formato de um paralelepípedo retângulo reto, com dimensões, no projeto, iguais a 3 cm, 1 cm e 2 cm.

O volume real do armário, em centímetros cúbicos, será

- a) 6.    b) 600.    c) 6 000.    d) 60 000.    e) 6 000 000.

**Diversas**

**01. (ENEM)** Um arquiteto está reformando uma casa. De modo a contribuir com o meio ambiente, decide reaproveitar tábuas de madeira retiradas da casa. Ele dispõe de 40 tábuas de 540 cm, 30 de 810 cm e 10 de 1 080 cm, todas de mesma largura e espessura. Ele pediu a um carpinteiro que cortasse as tábuas em pedaços de mesmo comprimento, sem deixar sobras, e de modo que as novas peças ficassem com o maior tamanho possível, mas de comprimento menor que 2 m.

Atendendo o pedido do arquiteto, o carpinteiro deverá produzir

- a) 105 peças.    b) 120 peças.    c) 210 peças.

d) 243 peças. e) 420 peças.

**02. (ENEM)** O gerente de um cinema fornece anualmente ingressos gratuitos para escolas. Este ano serão distribuídos 400 ingressos para uma sessão vespertina e 320 ingressos para uma sessão noturna de um mesmo filme. Várias escolas podem ser escolhidas para receberem ingressos. Há alguns critérios para a distribuição dos ingressos:

- 1) cada escola deverá receber ingressos para uma única sessão;
- 2) todas as escolas contempladas deverão receber o mesmo número de ingressos;
- 3) não haverá sobra de ingressos (ou seja, todos os ingressos serão distribuídos).

O número mínimo de escolas que podem ser escolhidas para obter ingressos, segundo os critérios estabelecidos, é

- a) 2. b) 4. c) 9. d) 40. e) 80.

**03. (ENEM)** Durante a Segunda Guerra Mundial, para decifrar as mensagens secretas, foi utilizada a técnica de decomposição em fatores primos. Um número  $N$  é dado pela expressão  $2^x \cdot 5^y \cdot 7^z$ , na qual  $x$ ,  $y$  e  $z$  são números inteiros não negativos. Sabe-se que  $N$  é múltiplo de 10 e não é múltiplo de 7.

O número de divisores de  $N$ , diferentes de  $N$ , é

- a)  $x \cdot y \cdot z$             b)  $(x + 1) \cdot (y + 1)$   
c)  $x \cdot y \cdot z - 1$       d)  $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot z$   
e)  $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot (z + 1) - 1$

**04. (ENEM)** O ano bissexto possui 366 dias e sempre é múltiplo de 4. O ano de 2012 foi o último bissexto. Porém, há casos especiais de anos que, apesar de múltiplos de 4, não são bissextos: são aqueles que também são múltiplos de 100 e não são múltiplos de 400. O ano de 1900 foi o último caso especial.

A soma dos algarismos do próximo ano que será um caso especial é:

- A) 3                      B) 4                      C) 5                      D) 6

**04. (ENEM)** Em um município foi realizado um levantamento relativo ao número de médicos, obtendo-se os dados:

Ano	Médicos
1980	137
1985	162
1995	212
2010	287

Tendo em vista a crescente demanda por atendimento médico na rede de saúde pública, pretende-se promover a expansão, a longo prazo, do número de médicos desse município, seguindo o comportamento de crescimento linear no período observado no quadro. Qual a previsão do número de médicos nesse município para o ano 2040?

- a) 387    b) 424    c) 437    d) 574    e) 711

**05. (ENEM)** Após o Fórum Nacional Contra a Pirataria (FNCP) incluir a linha de autopeças em campanha

veiculada contra a falsificação, as agências fiscalizadoras divulgaram que os cinco principais produtos de autopeças falsificados são: rolamento, pastilha de freio, caixa de direção, catalisador e amortecedor. Disponível em: [www.oficinabrasil.com.br](http://www.oficinabrasil.com.br). Acesso em: 25 ago. 2014 (adaptado). Após uma grande apreensão, as peças falsas foram cadastradas utilizando-se a codificação: 1: rolamento, 2: pastilha de freio, 3: caixa de direção, 4: catalisador e 5: amortecedor. Ao final obteve-se a sequência: 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, ... que apresenta um padrão de formação que consiste na repetição de um bloco de números. Essa sequência descreve a ordem em que os produtos apreendidos foram cadastrados. O 2 015º item cadastrado foi um(a)

a) rolamento.    b) catalisador.    c) amortecedor.  
d) pastilha de freio.    e) caixa de direção.

**06. (ENEM)** O slogan "Se beber não dirija", muito utilizado em campanhas publicitárias no Brasil, chama a atenção para o grave problema da ingestão de bebida alcoólica por motoristas e suas consequências para o trânsito. A gravidade desse problema pode ser percebida observando como o assunto é tratado pelo Código de Trânsito Brasileiro. Em 2013, a quantidade máxima de álcool permitida no sangue do condutor de um veículo, que já era pequena, foi reduzida, e o valor da multa para motoristas alcoolizados foi aumentado. Em consequência dessas mudanças, observou-se queda no número de acidentes registrados em uma suposta rodovia nos anos que se seguiram às mudanças implantadas em 2013, conforme dados no quadro.

Ano	2013	2014	2015
Número total de acidentes	1 050	900	850

Suponha que a tendência de redução no número de acidentes nessa rodovia para os anos subsequentes seja igual à redução absoluta observada de 2014 para 2015.

Com base na situação apresentada, o número de acidentes esperados nessa rodovia em 2018 foi de

a) 150.    b) 450.    c) 550.    d) 700.    e) 800.

**07. (ENEM)** Com o objetivo de trabalhar a concentração e a sincronia de movimentos dos alunos de uma de suas turmas, um professor de educação física dividiu essa turma em três grupos (A, B e C) e estipulou a seguinte atividade: os alunos do grupo A deveriam bater palmas a cada 2 s, os alunos do grupo B deveriam bater palmas a cada 3 s e os alunos do grupo C deveriam bater palmas a cada 4 s.

O professor zerou o cronômetro e os três grupos começaram a bater palmas quando ele registrou 1 s. Os movimentos prosseguiram até o cronômetro registrar 60 s.

Um estagiário anotou no papel a sequência formada pelos instantes em que os três grupos bateram palmas simultaneamente.

Qual é o termo geral da sequência anotada?

- a)  $12n$ , com  $n$  um número natural, tal que  $1 \leq n \leq 5$ .

- b)  $24n$ , com  $n$  um número natural, tal que  $1 \leq n \leq 2$ .  
 c)  $12(n-1)$ , com  $n$  um número natural, tal que  $1 \leq n \leq 6$ .  
 d)  $12(n-1) + 1$ , com  $n$  um número natural, tal que  $1 \leq n \leq 5$ .  
 e)  $24(n-1) + 1$ , com  $n$  um número natural, tal que  $1 \leq n \leq 3$ .

**08. (ENEM)** Sob a orientação de um mestre de obras, João e Pedro trabalharam na reforma de um edifício. João efetuou reparos na parte hidráulica nos andares 1, 3, 5, 7, e assim sucessivamente, de dois em dois andares. Pedro trabalhou na parte elétrica nos andares 1, 4, 7, 10, e assim sucessivamente, de três em três andares. Coincidentemente, terminaram seus trabalhos no último andar. Na conclusão da reforma, o mestre de obras informou, em seu relatório, o número de andares do edifício. Sabe-se que, ao longo da execução da obra, em exatamente 20 andares, foram realizados reparos nas partes hidráulica e elétrica por João e Pedro.

Qual é o número de andares desse edifício?

- a) 40. b) 60. c) 100. d) 115. e) 120.

**09. (ENEM)** O ciclo de atividade magnética do Sol tem um período de 11 anos. O início do primeiro ciclo registrado se deu no começo de 1755 e se estendeu até o final de 1765. Desde então, todos os ciclos de atividade magnética do Sol têm sido registrados.

Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 27 fev. 2013.

No ano de 2101, o Sol estará no ciclo de atividade magnética de número

- a) 32 b) 34 c) 33 d) 35 e) 31

**10. (ENEM)** A prefeitura de um pequeno município do interior decide colocar postes para iluminação ao longo de uma estrada retilínea, que inicia em uma praça central e termina numa fazenda na zona rural. Como a praça já possui iluminação, o primeiro poste será colocado a 80 metros da praça, o segundo, a 100 metros, o terceiro, a 120 metros, e assim sucessivamente, mantendo-se sempre uma distância de vinte metros entre os postes até que o último poste seja colocado a uma distância de 1380 metros da praça.

Se a prefeitura pode pagar, no máximo, R\$ 8.000,00 por poste colocado, o maior valor que poderá gastar com a colocação desses postes é

- a) R\$ 512.000,00 b) R\$ 520.000,00 c) R\$ 528.000,00  
 d) R\$ 552.000,00 e) R\$ 584.000,00

**11. (ENEM)** Um marceneiro recebeu a encomenda de uma passarela de 14,935 m sobre um pequeno lago, conforme a Figura I. A obra será executada com tábuas de 10 cm de largura, que já estão com o comprimento necessário para a instalação, deixando-se um espaçamento de 15 mm entre tábuas consecutivas, de acordo com a planta do projeto na Figura II.



Figura I

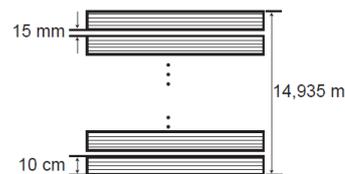


Figura II

Desconsiderando-se eventuais perdas com cortes durante a execução do projeto, quantas tábuas, no mínimo, o marceneiro necessitará para a execução da encomenda?

- a) 60 b) 100 c) 130 d) 150 e) 598

**12. (ENEM)** Para construir uma piscina, cuja área total da superfície interna é igual a  $40 \text{ m}^2$ , uma construtora apresentou o seguinte orçamento:

- R\$ 10 000,00 pela elaboração do projeto;
- R\$ 40 000,00 pelos custos fixos;
- R\$ 2 500,00 por metro quadrado para construção da área interna da piscina.

Após a apresentação do orçamento, essa empresa decidiu reduzir o valor de elaboração do projeto em 50%, mas recalculou o valor do metro quadrado para a construção da área interna da piscina, concluindo haver a necessidade de aumentá-lo em 25%. Além disso, a construtora pretende dar um desconto nos custos fixos, de maneira que o novo valor do orçamento seja reduzido em 10% em relação ao total inicial.

O percentual de desconto que a construtora deverá conceder nos custos fixos é de

- a) 23,3% b) 25,0% c) 50,0% d) 87,5% e) 100,0%

**13. (ENEM)** Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o rendimento médio mensal dos trabalhadores brasileiros, no ano 2000, era de R\$ 1 250,00. Já o Censo 2010 mostrou que, em 2010, esse valor teve um aumento de 7,2% em relação a 2000. Esse mesmo instituto projeta que, em 2020, o rendimento médio mensal dos trabalhadores brasileiros poderá ser 10% maior do que foi em 2010.

Supondo que as projeções do IBGE se realizem, o rendimento médio mensal dos brasileiros em 2020 será de

- a) R\$ 1 340,00. b) R\$ 1 349,00. c) R\$ 1 375,00.

- d) R\$ 1 465,00. e) R\$ 1 474,00.

**14. (ENEM)** Um paciente precisa ser submetido a um tratamento, sob orientação médica, com determinado medicamento. Há cinco possibilidades de medicação, variando a dosagem e o intervalo de ingestão do medicamento. As opções apresentadas são:

A: um comprimido de 400 mg, de 3 em 3 horas, durante 1 semana;

B: um comprimido de 400 mg, de 4 em 4 horas, durante 10 dias;

C: um comprimido de 400 mg, de 6 em 6 horas, durante 2 semanas;

D: um comprimido de 500 mg, de 8 em 8 horas, durante 10 dias;

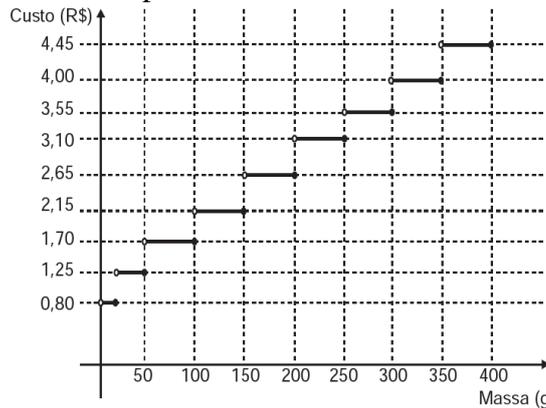
E: um comprimido de 500 mg, de 12 em 12 horas, durante 2 semanas.

Para evitar efeitos colaterais e intoxicação, a recomendação é que a quantidade total de massa da medicação ingerida, em miligramas, seja a menor possível.

Seguindo a recomendação, deve ser escolhida a opção a) A. b) B. c) C. d) D. e) E.

### Estatística

01 - Deseja-se postar cartas não comerciais, sendo duas de 100 g, três de 200 g e uma de 350 g. O gráfico mostra o custo para enviar uma carta não comercial pelos Correios:



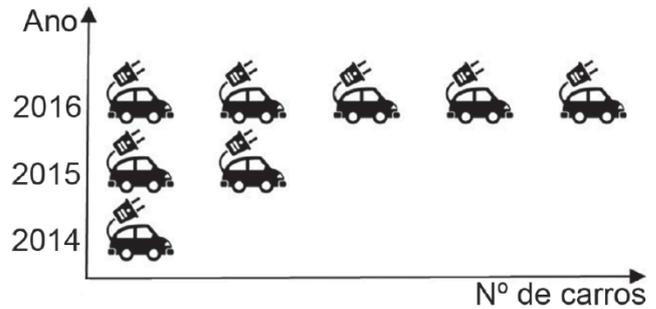
Disponível em: [www.correios.com.br](http://www.correios.com.br). Acesso em: 2 ago. 2012 (adaptado).

O valor total gasto, em reais, para postar essas cartas é de

- a) 8,35
- b) 12,50
- c) 14,40
- d) 15,35
- e) 18,05

02 - De acordo com um relatório recente de Agência Internacional de Energia (AIE), o mercado veículos elétricos um novo marco em 2016, quando foram vendidos mais de 750 mil automóveis de categoria. Com isso, o total de carros elétricos vendidos no mundo alcançou a marca de 2 milhões de unidades desde que os primeiros modelos começaram a ser comercializados em 2011.

No Brasil, a expansão das vendas também se verifica. A marca A, por exemplo, expandiu suas vendas no ano de 2016, superando em 360 unidades as vendas de 2015, conforma representado no gráfico.

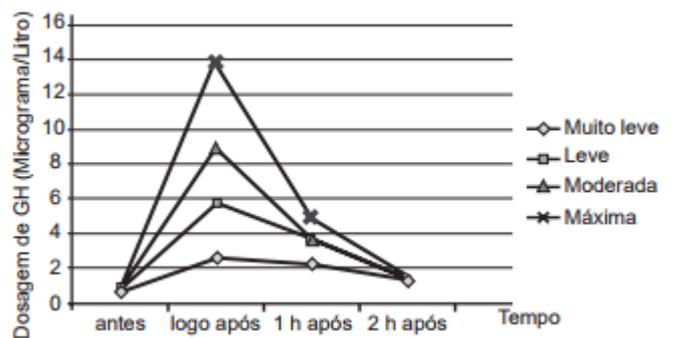


Disponível em: [www.tecmundo.com.br](http://www.tecmundo.com.br). Acesso em: 5 dez. 2017.

A média anual do número de carros vendidos pela marca A, nos anos representados no gráfico, foi de

- a) 192.
- b) 240.
- c) 252.
- d) 320.
- e) 420.

03 - GH é a sigla que denomina o hormônio do crescimento (do inglês growth hormone), indispensável para retardar o processo de envelhecimento. À medida que envelhecemos, a liberação desse hormônio na corrente sanguínea vai diminuindo. Estudos têm demonstrado, porém, que alguns métodos de treinamento aumentam a produção de GH. Em uma pesquisa, dez homens foram submetidos a sessões de 30 minutos de corrida, em uma esteira, em diferentes intensidades: muito leve, leve, moderada e máxima. As dosagens de GH, medidas por coletas de sangue feitas antes e logo após as sessões, e também 1 hora e 2 horas após o término, são fornecidas no gráfico.

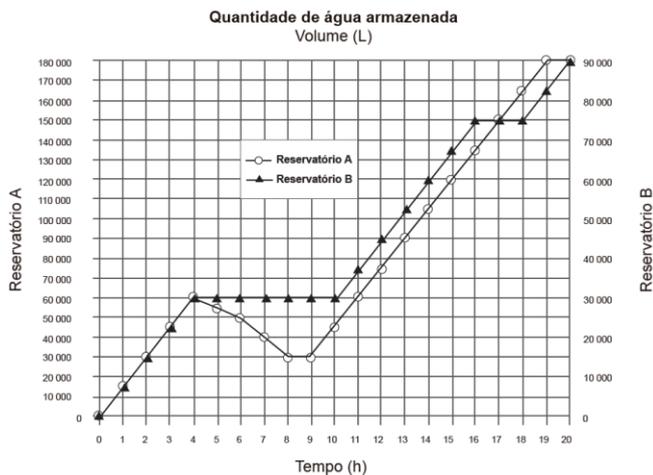


Em qual(is) medição(ões) a liberação de GH na corrente sanguínea em uma sessão de intensidade máxima foi maior que a liberação de GH ocorrida nas demais intensidades?

- a) Apenas na medição feita logo após a sessão de treinamento.
- b) Apenas na medição feita 1 hora após a sessão de treinamento.
- c) Apenas na medição feita 2 horas após a sessão de treinamento.

- d) Nas medições feitas logo após e 1 hora após a sessão de treinamento.  
e) Nas medições feitas logo após, 1 hora após e 2 horas após a sessão de treinamento.

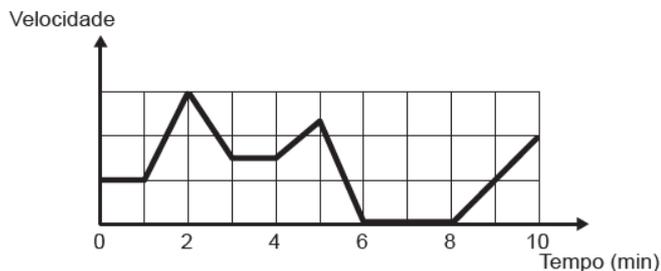
04 - Dois reservatórios A e B são alimentados por bombas distintas por um período de 20 horas. A quantidade de água contida em cada reservatório nesse período pode ser visualizada na figura.



O número de horas em que os dois reservatórios contêm a mesma quantidade de água é

- 1.
- 2.
- 4.
- 5.
- 6.

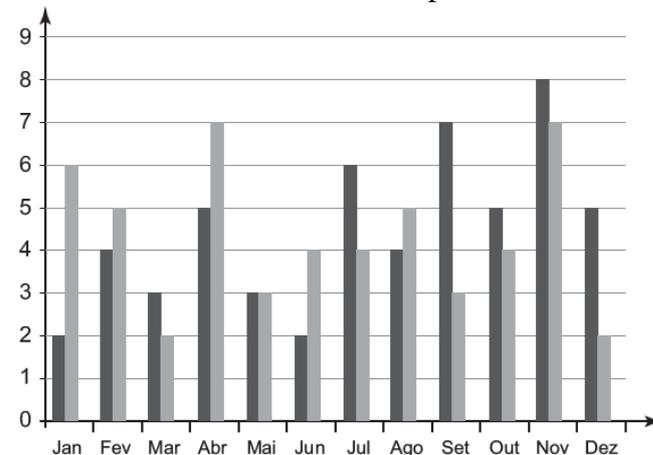
05 - Os congestionamentos de trânsito constituem um problema que aflige, todos os dias, milhares de motoristas brasileiros. O gráfico ilustra a situação, representando, ao longo de um intervalo definido de tempo, a variação da velocidade de um veículo durante um congestionamento.



Quantos minutos o veículo permaneceu imóvel ao longo do intervalo de tempo total analisado?

- 4
- 3
- 2
- 1
- 0

06 - Uma empresa registrou seu desempenho em determinado ano por meio do gráfico, com dados mensais do total de vendas e despesas.

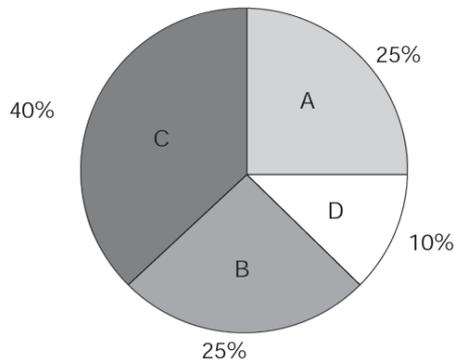


O lucro mensal é obtido pela subtração entre o total de vendas e despesas, nesta ordem.

Quais os três meses do ano em que foram registrados os maiores lucros?

- Julho, setembro e dezembro.
- Julho, setembro e novembro.
- Abril, setembro e novembro.
- Janeiro, setembro e dezembro.
- Janeiro, abril e junho.

07 - Foi realizado um levantamento nos 200 hotéis de uma cidade, no qual foram anotados os valores, em reais, das diárias para um quarto padrão de casal e a quantidade de hotéis para cada valor da diária. Os valores das diárias foram: A = R\$ 200,00; B = R\$ 300,00; C = R\$ 400,00 e D = R\$ 600,00. No gráfico, as áreas representam as quantidades de hotéis pesquisados, em porcentagem, para cada valor da diária.



O valor mediano da diária, em reais, para o quarto padrão de casal nessa cidade, é

- 300,00.
- 345,00.
- 350,00.
- 375,00.
- 400,00.

08 - Cinco empresas de gêneros alimentícios encontram-se à venda. Um empresário, almejando ampliar os seus investimentos, deseja comprar uma dessas empresas. Para escolher qual delas irá comprar, analisa o lucro (em milhões de reais) de cada uma delas, em função de seus tempos (em anos) de existência, decidindo comprar a empresa que apresente o maior lucro médio anual.

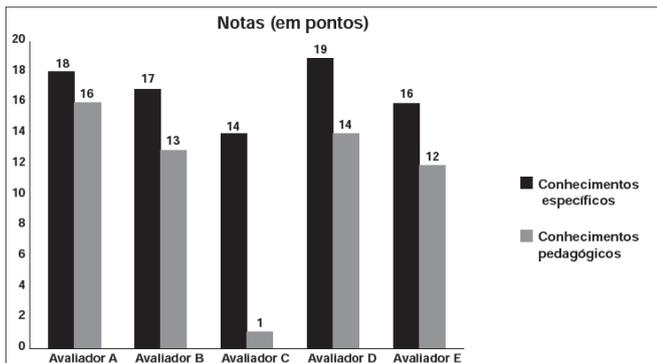
O quadro apresenta o lucro (em milhões de reais) acumulado ao longo do tempo (em anos) de existência de cada empresa.

Empresa	Lucro (em milhões de reais)	Tempo (em anos)
F	24	3,0
G	24	2,0
H	25	2,5
M	15	1,5
P	9	1,5

O empresário decidiu comprar a empresa

- a) F
- b) G
- c) H
- d) M
- e) P

09 - As notas de um professor que participou de um processo seletivo, em que a banca avaliadora era composta por cinco membros, são apresentadas no gráfico. Sabe-se que cada membro da banca atribuiu duas notas ao professor, uma relativa aos conhecimentos específicos da área de atuação e outra, aos conhecimentos pedagógicos, e que a média final do professor foi dada pela média aritmética de todas as notas atribuídas pela banca avaliadora.



Utilizando um novo critério, essa banca avaliadora resolveu descartar a maior e a menor notas atribuídas ao professor. A nova média, em relação à média anterior, é

- a) 0,25 ponto maior.
- b) 1,00 ponto maior.
- c) 1,00 ponto menor.
- d) 1,25 ponto maior.

e) 2,00 pontos menor.

10 - Cinco regiões de um país estão buscando recursos no Governo Federal para diminuir a taxa de desemprego de sua população. Para decidir qual região receberia o recurso, foram colhidas as taxas de desemprego, em porcentagem, dos últimos três anos. Os dados estão apresentados na tabela.

Taxa de desemprego (%)					
	Região A	Região B	Região C	Região D	Região E
Ano I	12,1	12,5	11,9	11,6	8,2
Ano II	11,7	10,5	12,7	9,5	12,6
Ano III	12,0	11,6	10,9	12,8	12,7

Ficou decidido que a região contemplada com a maior parte do recurso seria aquela com a maior mediana das taxas de desemprego dos últimos três anos.

A região que deve receber a maior parte do recurso é a

- a) A.
- b) B.
- c) C.
- d) D.
- e) E

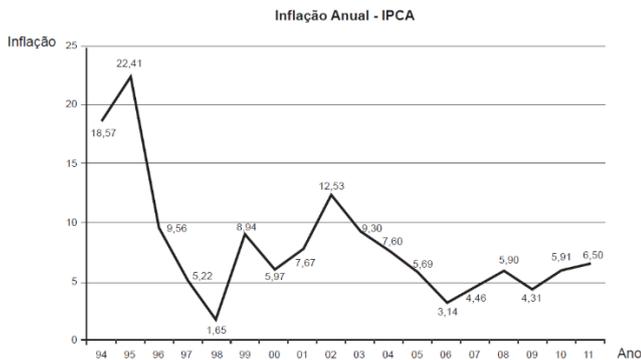
Numa turma de inclusão de jovens e adultos na educação formal profissional (Proeja), a média aritmética das idades dos seus dez alunos é de 32 anos. Em determinado dia, o aluno mais velho da turma faltou e, com isso, a média aritmética das idades dos nove alunos presentes foi de 30 anos.

Disponível em: <http://portal.mec.gov.br>. Acesso em: 10 mar. 2012 (adaptado).

Qual é a idade do aluno que faltou naquela turma?

- a) 18
- b) 20
- c) 31
- d) 50
- e) 62

11 - Um dos principais indicadores de inflação é o Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA). O gráfico apresenta os valores do IPCA nos anos de 1994 a 2011.



O valor mais próximo da mediana de todos os valores da inflação indicados no gráfico é

- 5,97.
- 6,24.
- 6,50.
- 8,07.
- 10,10.

12- Os alunos da disciplina de estatística, em um curso universitário, realizam quatro avaliações por semestre com os pesos de 20%, 10%, 30% e 40%, respectivamente. No final do semestre, precisam obter uma média nas quatro avaliações de, no mínimo, 60 pontos para serem aprovados. Um estudante dessa disciplina obteve os seguintes pontos nas três primeiras avaliações: 46, 60 e 50, respectivamente.

O mínimo de pontos que esse estudante precisa obter na quarta avaliação para ser aprovado é

- 29,8.
- 71,0.
- 74,5.
- 75,5.
- 84,0.

13- Um rapaz estuda em uma escola que fica longe de sua casa, e por isso precisa utilizar o transporte público. Como é muito observador, todos os dias ele anota a hora exata (sem considerar os segundos) em que o ônibus passa pelo ponto de espera. Também notou que nunca consegue chegar ao ponto de ônibus antes de 6 h 15 min da manhã. Analisando os dados coletados durante o mês de fevereiro, o qual teve 21 dias letivos, ele concluiu que 6h 21 min foi o que mais se repetiu, e que a mediana do conjunto de dados é 6 h 22 min.

A probabilidade de que, em algum dos dias letivos de fevereiro, esse rapaz tenha apanhado o ônibus antes de 6 h 21 min da manhã é, no máximo,

- 4/21
- 5/21
- 6/21
- 7/21
- 8/21

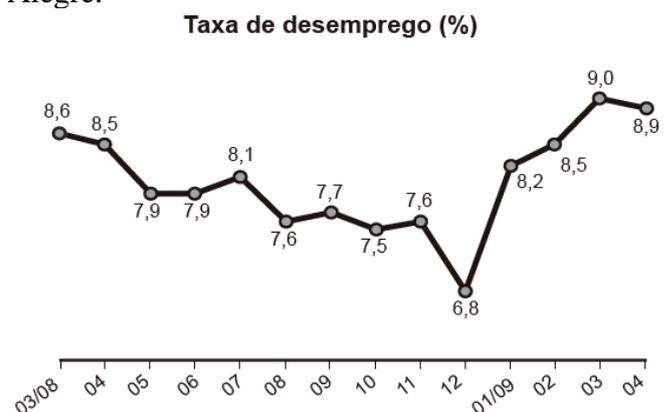
14 - A Comissão Interna de Prevenção de Acidentes (CIPA) de uma empresa, observando os altos custos com os frequentes acidentes de trabalho ocorridos, fez, a pedido da diretoria, uma pesquisa do número de acidentes sofridos por funcionários. Essa pesquisa, realizada com uma amostra de 100 funcionários, norteará as ações da empresa na política de segurança no trabalho. Os resultados obtidos estão no quadro.

Número de acidentes sofridos	Número de trabalhadores
0	50
1	17
2	15
3	10
4	6
5	2

A média do número de acidentes por funcionário na amostra que a CIPA apresentará à diretoria da empresa é

- 0,15.
- 0,30.
- 0,50.
- 1,11.
- 2,22.

15 - O gráfico apresenta a taxa de desemprego (em %) para o período de março de 2008 a abril de 2009, obtida com base nos dados observados nas regiões metropolitanas de Recife, Salvador, Belo Horizonte, Rio de Janeiro, São Paulo e Porto Alegre.



A mediana dessa taxa de desemprego, no período de março de 2008 a abril de 2009, foi de

- 8,1%
- 8,0%
- 7,9%
- 7,7%
- 7,6%

16 - Três alunos, X, Y e Z, estão matriculados em um curso de inglês. Para avaliar esses alunos, o professor optou por fazer cinco provas. Para que seja aprovado nesse curso, o aluno deverá ter a média aritmética das notas das cinco provas maior ou igual a 6. Na tabela, estão dispostas as notas que cada aluno tirou em cada prova.

Aluno	1ª Prova	2ª Prova	3ª Prova	4ª Prova	5ª Prova
X	5	5	5	10	6
Y	4	9	3	9	5
Z	5	5	8	5	6

Com base nos dados da tabela e nas informações dadas, ficará(ão) reprovado(s)

- a) apenas o aluno Y.
- b) apenas o aluno Z.
- c) apenas os alunos X e Y.
- d) apenas os alunos X e Z.
- e) os alunos X, Y e Z.

17 - Uma pessoa está disputando um processo de seleção para uma vaga de emprego em um escritório. Em uma das etapas desse processo, ela tem de digitar oito textos. A quantidade de erros dessa pessoa, em cada um dos textos digitados, é dada na tabela.

Texto	Número de erros
I	2
II	0
III	2
IV	2
V	6
VI	3
VII	4
VIII	5

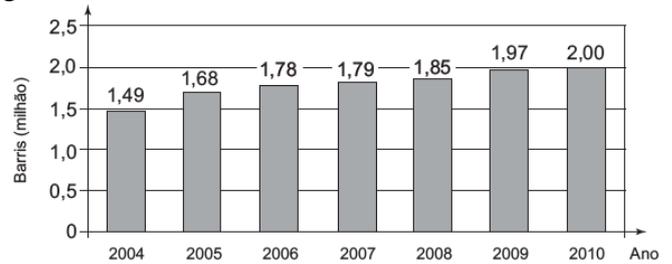
Nessa etapa do processo de seleção, os candidatos serão avaliados pelo valor da mediana do número de erros.

A mediana dos números de erros cometidos por essa pessoa é igual a

- a) 2,0.
- b) 2,5.
- c) 3,0.
- d) 3,5.
- e) 4,0.

18 - O gráfico mostra a média de produção diária de petróleo no Brasil, em milhão de barris, no período de 2004 a 2010. Estimativas feitas naquela época indicavam que a média de produção diária de petróleo no Brasil, em 2012, seria 10% superior à

média dos três últimos anos apresentados no gráfico.



Disponível em: <http://blogs.estadao.com.br>. Acesso em: 2 ago. 2012.

Se as estimativas tivesse sido confirmadas, a estimativa média de produção diária de petróleo no Brasil, em milhão de barris, em 2012, teria sido igual a

- a) 1,940.
- b) 2,134.
- c) 2,167.
- d) 2,420.
- e) 6,402.

## GEOMETRIA ANALITICA

### ESTUDO DO PONTO

#### DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS:

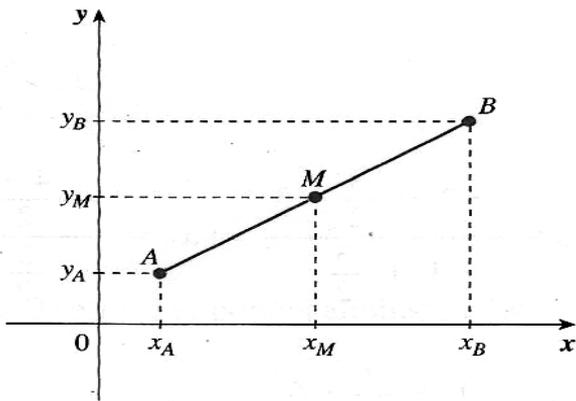
Dados dois pontos **A** e **B**, a distância entre eles, que será indicado por  $d(A,B)$ , é a medida do segmento de extremidades **A** e **B**.

Podemos determinar uma expressão que indica a distancia entre A e B, quaisquer que sejam  $A(x_A, y_A)$  e  $B(x_B, y_B)$ . Essa expressão é dada por:

$$d(A,B) = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

#### PONTO MÉDIO DE UM SEGMENTO

As coordenadas do ponto médio  $M(x_M, y_M)$  do segmento de extremidades  $A(x_A, y_A)$  e  $B(x_B, y_B)$  são, respectivamente, a média aritmética das abscissas e das ordenadas dos pontos A e B.

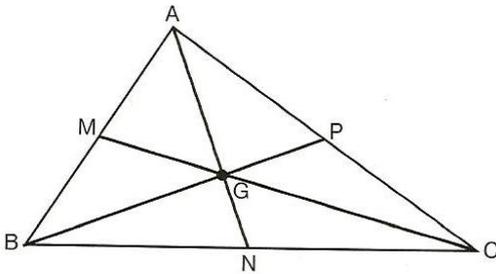


Assim, temos que:

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

### BARICENTRO DE UM TRIÂNGULO

Denomina-se baricentro ou centro de gravidade de um triângulo o ponto  $G$ , intersecção das três medianas desse triângulo.



As coordenadas do baricentro  $G(x_G, y_G)$  de um triângulo com vértices  $A(x_A, y_A)$ ,  $B(x_B, y_B)$  e  $C(x_C, y_C)$  são, respectivamente, a média aritmética das abscissas e das ordenadas dos pontos A, B e C.

Assim, temos que:

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases} \Rightarrow G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}, \frac{y_A + y_B + y_C}{3}\right)$$

### CONDIÇÕES DE ALINHAMENTO DE TRÊS PONTOS

Três pontos  $A = (x_A, y_A)$ ,  $B = (x_B, y_B)$  e  $C = (x_C, y_C)$  estão alinhados, ou seja, pertencerão à mesma reta  $r$  se, e somente se, o

determinante da matriz formada pelas coordenadas dos pontos for nulo.

$$\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0 \text{ ou } \begin{vmatrix} x_A & x_B & x_C & x_A \\ y_A & y_B & y_C & y_A \end{vmatrix} = 0$$

### OBSERVAÇÃO:

Três pontos formam um triângulo (não são colineares) se, e somente se:

$$\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} \neq 0 \text{ ou } \begin{vmatrix} x_A & x_B & x_C & x_A \\ y_A & y_B & y_C & y_A \end{vmatrix} \neq 0$$

### ÁREA DE UM TRIÂNGULO

A área de um triângulo ABC, com  $A(x_A, y_A)$ ,  $B(x_B, y_B)$  e  $C(x_C, y_C)$  é:

$$S = \frac{1}{2} |\Delta|$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} \text{ ou } \Delta = \begin{vmatrix} x_A & x_B & x_C & x_A \\ y_A & y_B & y_C & y_A \end{vmatrix}$$

### EXERCÍCIOS:

1) Calcule as coordenadas do ponto médio M, do segmento  $\overline{AB}$ , nos seguintes casos:

- a)  $A(4,0)$  e  $B(2,6)$     b)  $A(-2,6)$  e  $B(6,4)$

c)  $A\left(\frac{5}{2}, 3\right)$  e  $B\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{5}\right)$

2) Seja M o ponto médio do segmento  $\overline{AB}$ . Calcule as coordenadas do ponto B em cada caso:

- a)  $A(3,2)$  e  $M(4,3)$     b)  $A(-3,2)$  e  $M(3,5)$   
c)  $A(4,0)$  e  $M(3,3)$

3) Se  $(2,3)$  é ponto médio de  $\overline{AB}$ , com  $A(n,5)$  e  $B(4,m)$ , quanto vale  $m+n$ ?

- a) 1    b) 3    c) 4    d) 5    e) 6

4) Um segmento possui uma extremidade sobre o eixo das abscissas e a outra sobre o eixo das ordenadas. Sendo  $(-1,2)$  seu ponto médio, quais as coordenadas de suas extremidades?

- a)  $A(1,1)$  e  $B(0,4)$     b)  $A(-2,0)$  e  $B(0,4)$

- c)  $A(1,0)$  e  $B(0,-2)$     d)  $A(-3,0)$  e  $B(0,-5)$   
e)  $A(7,0)$  e  $B(0,6)$

5) Para estudar o movimento de um astro que se desloca com velocidade constante em trajetória retilínea, um astrônomo fixou um plano cartesiano, contendo essa trajetória, e adotou nos eixos coordenados uma unidade conveniente para grandes distâncias. Em certo momento, o cientista observou que o astro estava no ponto  $A(3,6)$  e quatro minutos depois estava no ponto  $B(5,8)$ .

a) Qual era a posição do astro, dois minutos após a passagem pelo ponto  $A$  ?

b) Qual era a posição do astro, um minuto após a passagem pelo ponto  $A$  ?

6) (PUC-PR) A distância de origem do sistema cartesiano ao ponto médio do segmento de extremos  $(-2,-7)$  e  $(-4,1)$  é:

- a)  $\sqrt{5}$     b)  $2\sqrt{2}$     c)  $2\sqrt{3}$     d)  $3\sqrt{3}$     e)  $3\sqrt{2}$

7) (Osec-SP) Considere o triângulo ABC, em que  $A(-1,1)$ ,  $B(5,0)$  e  $C(1,2)$ . Então, o comprimento da mediana relativa ao vértice A é:

- a) 1    b) 2    c) 3    d) 4    e) 5

8) (Puc-SP) Os pontos  $(0,0)$ ,  $(1,3)$ ,  $(10,0)$  são vértices de um retângulo. O quarto vértice do retângulo é o ponto:

- a)  $(9,-3)$     b)  $(9,-2)$     c)  $(9,-1)$     d)  $(8,-2)$     e)  $(8,-1)$

9) Dadas as coordenadas dos vértices de um triângulo ABC, calcule as coordenadas de seu baricentro nos seguintes casos:

- a)  $A(1,1)$ ,  $B(3,0)$  e  $C(2,8)$   
b)  $A(3,2)$ ,  $B(1,5)$  e  $C(4,5)$

10) Ao pontos  $A(x,y)$ ,  $B(1,4)$  e  $C(5,4)$  são os vértices de um triângulo, e  $G(3,2)$  é seu baricentro. Determine as coordenadas do vértice A

11) Um arquiteto projeta um monumento de concreto que será constituído por uma laje triangular de espessura uniforme de 20cm e apoiada, na posição horizontal, por um único pilar (viga vertical). Sabe-se que para

desenhar o projeto foi utilizado um espaço cartesiano onde os vértices da laje triangular ocupam os pontos  $A(1,1)$ ,  $B(5,3)$  e  $C(3,8)$ . Quais as coordenadas do ponto D onde a laje deverá ser apoiada pelo pilar para que este receba somente esforço vertical.

- a)  $(3,4)$     b)  $(4,3)$     c)  $(3,5)$     d)  $(5,4)$     e)  $(4,5)$

12) Verifique em quais casos os pontos A, B e C estão alinhados.

- a)  $A(3,2)$ ,  $B(4,1)$  e  $C(1,4)$

- b)  $A(-3,5)$ ,  $B(1,1)$  e  $C(3,-1)$

- c)  $A(0,-3)$ ,  $B(-2,0)$  e  $C(1,-5)$

13) Calcule o valor de P para que os pontos  $A(3,5)$ ,  $B(1,0)$  e  $C(2,p)$  estejam alinhados.

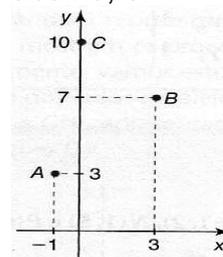
14) Determine os valores de m, ( $m \in \mathbb{R}$ ) de tal forma que  $A(-3,7)$ ,  $B(m,m)$  e  $C(3,-2)$ , sejam vértices de um triângulo.

15) Calcule as área dos triângulos de vértices:

- a)  $A(0,0)$ ,  $B(4,0)$  e  $C(4,2)$

- b)  $A(2,1)$ ,  $B(3,2)$  e  $C(4,0)$

16) (Facceba) A área do triângulo de vértices nos pontos A, B e C, representados na figura abaixo, é:



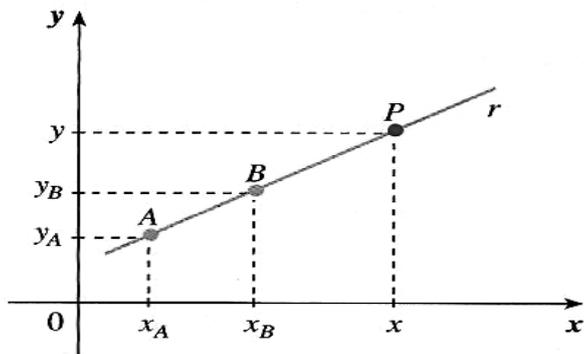
- a) 9    b) 12    c) 17    d) 21    e) 27

## ESTUDO DA RETA

### EQUAÇÃO GERAL DA RETA

Para chegarmos à equação geral da reta, vamos utilizar o conceito de alinhamento de três pontos, já desenvolvido anteriormente.

A equação geral de uma reta  $r$  é obtida partindo-se de uma reta que contém dois pontos distintos,  $A(x_A, y_A)$  e  $B(x_B, y_B)$ , com coordenadas conhecidas e um terceiro ponto  $P(x, y)$  genérico.



Observe que se os pontos A, B e P pertencem a uma reta  $r$ , então o determinante da matriz formada pelas coordenadas destes pontos deve ser nulo.

$$\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{ou} \quad \begin{vmatrix} x_A & x_B & x & x_A \\ y_A & y_B & y & y_A \end{vmatrix} = 0$$

A resolução do determinante acima nos leva a uma equação do tipo  $ax + by + c = 0$ , chamada de equação geral da reta.

### II) EQUAÇÃO REDUZIDA

Isolando  $y$  na equação geral  $ax + by + c = 0$ , obtemos uma equação do tipo  $y = mx + n$ , chamada de equação reduzida da reta.

Onde:

$m$  = coeficiente angular

$n$  = coeficiente linear

**Exemplo:**  $y = 4x + 6$

### INCLINAÇÃO E COEFICIENTE ANGULAR DE UMA RETA

Observe as figuras:

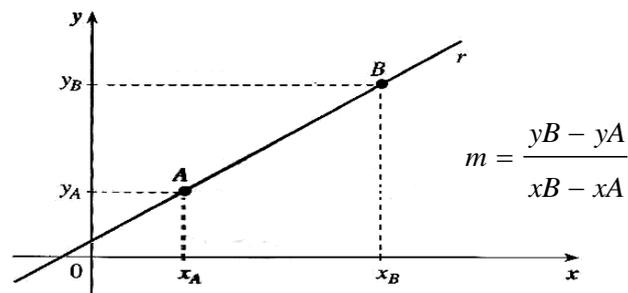
$\alpha \rightarrow$  inclinação da reta

O coeficiente angular ou declividade (**m**) de uma reta pode ser dado também em função de sua inclinação com o eixo x, por:

$$m = \operatorname{tg} \alpha$$

### OBSERVAÇÃO:

Quando não conhecemos o ângulo de inclinação, mas conhecemos dois pontos pertencentes à reta, podemos encontrar o coeficiente angular por meio das coordenadas dos pontos.



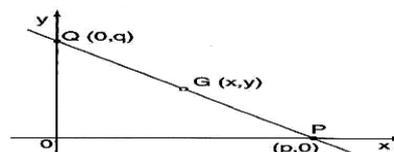
### III) EQUAÇÃO DE UMA RETA $r$ , CONHECIDOS O COEFICIENTE ANGULAR E UM PONTO QUALQUER DA RETA - EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA RETA.

Já vimos como determinar a equação de uma reta conhecendo dois de seus pontos. Agora, vamos determinar a equação de uma reta  $r$ , conhecendo um de seus pontos,  $A(x_A, y_A)$ , e seu coeficiente angular  $m$ .

**EQUAÇÃO:**  $y - y_A = m \cdot (x - x_A)$

### OUTRAS FORMAS DE ESCREVER A EQUAÇÃO DE UMA RETA

#### • FORMA SEGMENTÁRIA



$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$$

#### • FORMA PARAMÉTRICA

Equações paramétricas são aquelas que não relacionam diretamente as coordenadas  $x$  e  $y$ . Tais equações são dadas em função de uma

terceira variável,  $t$ , chamada de parâmetro:

$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}, \text{ em que } f \text{ e } g \text{ são funções afins.}$$

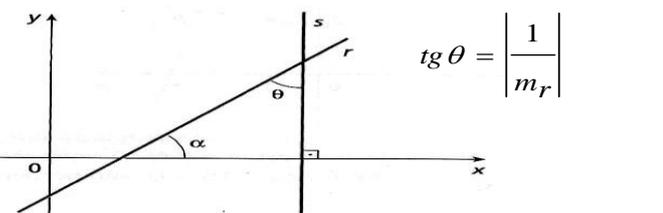
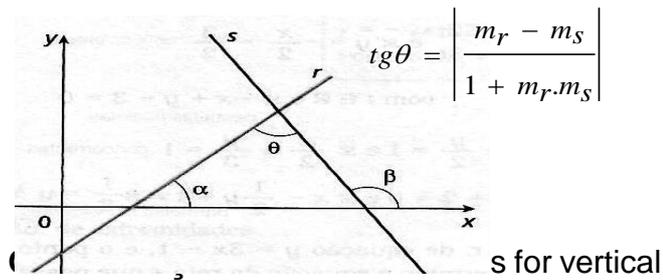
### POSIÇÕES RELATIVAS ENTRE DUAS RETAS

Dadas as retas  $r: y = m_r \cdot x + b$  e  $s: y = m_s \cdot x + c$ , temos que:

- $r$  e  $s$  são paralelas  $\Leftrightarrow m_r = m_s$  e  $b \neq c$ .
- $r$  e  $s$  são perpendiculares  $\Leftrightarrow m_r = -1/m_s$ .
- $r$  e  $s$  são coincidentes  $\Leftrightarrow m_r = m_s$  e  $b = c$ .
- $r$  e  $s$  são concorrentes  $\Leftrightarrow m_r \neq m_s$ .

### ÂNGULO ENTRE DUAS RETAS

Seja  $\theta$  o ângulo agudo formado entre duas retas concorrentes,  $r$  e  $s$ , de coeficientes angulares  $m_r$  e  $m_s$  respectivamente. Admitindo que nenhuma das retas seja perpendicular ao eixo  $x$ , temos que:



**OBSERVAÇÃO:** Se a reta ( $s$ ) for paralela ao eixo  $y$ , ou seja, sua equação do tipo  $x = k$ , então o ângulo é dado por:

$$tg \theta = \left| \frac{1}{m_s} \right|$$

### DISTÂNCIA ENTRE UM PONTO E UMA RETA

A menor distância  $d$  entre um ponto  $P(x_0, y_0)$  e uma reta  $r$  de equação  $ax + by + c = 0$  é dada por:

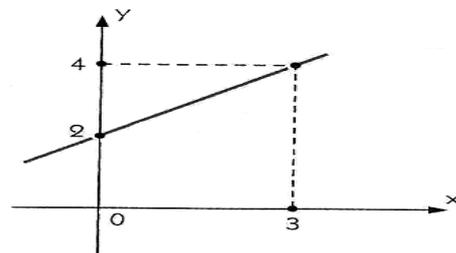
$$d = \left| \frac{A \cdot x_0 + B \cdot y_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$$

### EXERCÍCIOS

1) Determine a equação geral e a equação reduzida das retas que passam pelos pontos A e B em cada um dos casos abaixo:

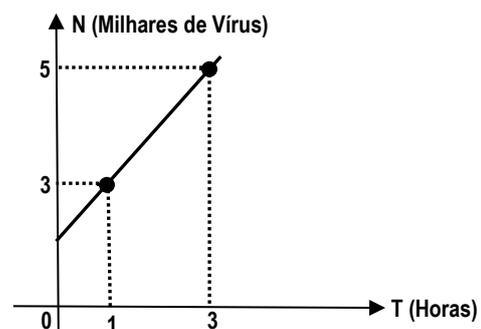
- a) A(1, 1) e B(6, 5)    b) A(6, 0) e B(0, 2)  
c) A(-2, 1) e B(0, 3)    d) A(-1, 4) e B(2, 1)

2) A figura contém a representação gráfica da uma reta:



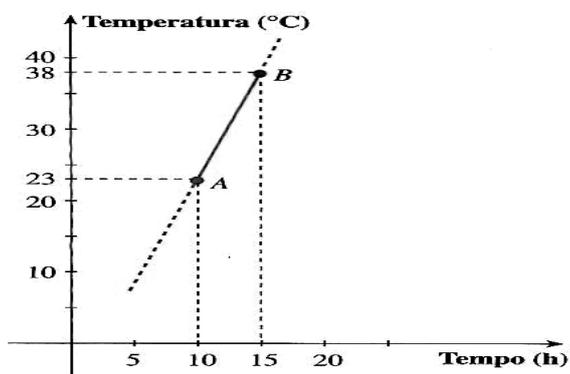
- a)  $2x - 3y + 6 = 0$                       b)  $2x + 3y - 6 = 0$   
c)  $3x - 2y + 6 = 0$                       d)  $2x - 3y - 3 = 0$   
e)  $2x + 3y + 2 = 0$

3) O período de incubação da cólera pode ser de algumas horas até 5 dias, porém sua disseminação ocorre com mais facilidade onde as condições de higiene são precárias. Analisando uma colônia de vírus da cólera, um pesquisador registrou a disseminação do número desses vírus durante algumas horas e verificou um crescimento linear conforme o gráfico abaixo, o qual apresenta duas dessas observações. Esse registro poderia também ser feito através da equação dessa reta que é:



- a)  $N - T - 3 = 0$    b)  $T + N - 3 = 0$    c)  $N + 3T - 4 = 0$   
d)  $N - T - 2 = 0$    e)  $2T + N - 3 = 0$

4) (Unisinos-RS) Certo dia de janeiro, a temperatura em certa cidade subiu uniformemente desde  $23^{\circ}\text{C}$  às 10h, até  $38^{\circ}\text{C}$ , às 15h. Fazendo-se um gráfico cartesiano que represente tal situação térmica, onde se marquem os tempos (em h) nas abscissas e as temperaturas (em  $^{\circ}\text{C}$ ) nas ordenadas, se obtém um segmento de reta  $\overline{AB}$  como se mostra na figura.



A equação da reta que contém o segmento  $\overline{AB}$  é:

- a)  $y = -3x - 4$    b)  $y = 2x - 5$    c)  $y = 3x - 7$   
d)  $y = -2x + 1$    e)  $y = 4x - 15$

5) Determine o coeficiente angular das retas que possuem as seguintes inclinações:

Inclinação da reta	$30^{\circ}$	$45^{\circ}$	$60^{\circ}$	$120^{\circ}$
Coeficiente angular da reta (m)				

6) Sem determinar a equação da reta, obtenha o valor do coeficiente angular das retas que passam pelos pontos A e B em cada caso abaixo:

- a) A(-1, 4) e B(3,2)  
b) A(2,5) e B(-2, -1)  
c) A(2, 0) e B(0, -2)

7) Determine a equação da reta que passa pelo ponto P(2, 5) e tem uma inclinação de  $30^{\circ}$ .

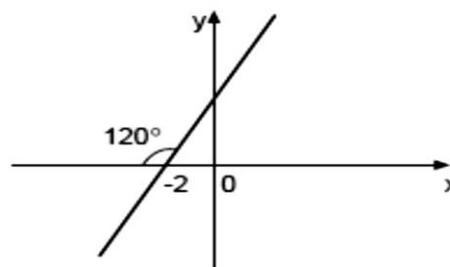
8) Determine a equação da reta que passa pelo ponto P(2, 3) e tem uma inclinação de  $45^{\circ}$ .

9) Determine a equação da reta que passa pelo ponto P(-1, 4) e tem uma inclinação de  $120^{\circ}$ .

10) O comandante de um barco resolveu acompanhar a procissão fluvial do Círio-2009, fazendo o percurso em linha reta. Para tanto, fez uso do sistema de eixos cartesianos para melhor orientação. O barco seguiu a direção que forma  $45^{\circ}$  com o sentido positivo do eixo x, passando pelo ponto de coordenadas (3, 5). Este trajeto ficou bem definido através da equação:

- a)  $y = 2x - 1$    b)  $y = -3x + 14$    c)  $y = x + 2$   
d)  $y = -x + 8$    e)  $y = 3x - 4$

11) (Unirio) A equação geral da reta abaixo representada é:



- a)  $3x - \sqrt{3}y + 6 = 0$    b)  $3x + \sqrt{3}y + 6 = 0$

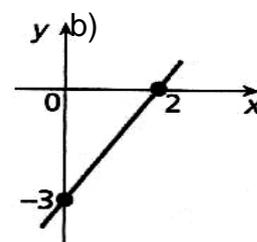
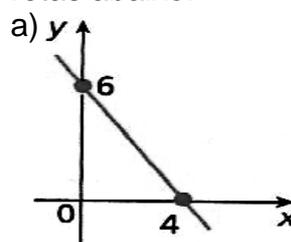
- c)  $\sqrt{3}x - y - 2 = 0$    d)  $y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$

- e)  $y = \frac{\sqrt{3}}{3}(x + 2)$

12) (Unifor-CE) A reta de equação  $\sqrt{3}x - 3y + 3 = 0$  forma, com o eixo das abscissas, um ângulo de medida:

- a)  $15^{\circ}$    b)  $30^{\circ}$    c)  $45^{\circ}$    d)  $60^{\circ}$    e)  $75^{\circ}$

13) Determine a equação segmentária das retas abaixo:



14) Determine a equação segmentária das retas abaixo:

a)  $3x + 2y - 18 = 0$

b)  $4x + 3y - 2 = 0$

15) Determine a equação geral da reta  $r$  definida por:

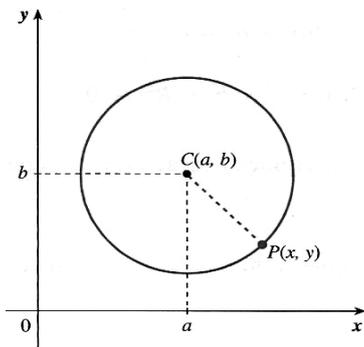
a)  $\begin{cases} x = 2t + 4 \\ y = t - 3 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x = 2t \\ y = 3t - 3 \end{cases}$

**CIRCUNFERENCIA**

Circunferência é o lugar geométrico dos pontos de um plano equidistantes de um ponto fixo dado. O ponto fixo é o centro, e a distância fixa é o raio da circunferência.

Dada a circunferência  $\lambda$  de centro  $C(a, b)$  e raio  $R$ , considere um ponto qualquer pertencente à circunferência  $P(x, y)$ .



Observe no gráfico que o raio da circunferência é a medida do segmento  $\overline{CP}$ , isto é,  $d_{CP} = R$ .

Vamos, então, calcular o valor do raio, aplicando o conceito de distância entre dois pontos.

$$d_{CP} = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$

⇓

$$R = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$

Elevando ao quadrado ambos os membros dessa igualdade, obtemos:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

Essa equação é denominada equação reduzida da circunferência

**OBSERVAÇÃO:** Para obtermos a equação da circunferência, precisamos conhecer as coordenadas do centro  $C(a, b)$  e a medida do raio  $r$ .

**EQUAÇÃO GERAL DA CIRCUNFERÊNCIA**

Desenvolvendo a equação reduzida de uma circunferência obtemos a equação

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$$

Essa equação é denominada equação geral da circunferência.

**OBSERVAÇÃO:** Essa equação pode ser escrita na forma :  $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ , em que

$$\begin{cases} A = -2a \Rightarrow a = -\frac{A}{2} \\ B = -2b \Rightarrow b = -\frac{B}{2} \end{cases}$$

**DETERMINAÇÃO DAS COORDENADAS DO CENTRO E DO RAIOS DA CIRCUNFERÊNCIA DADA A EQUAÇÃO GERAL.**

• **COORDENADAS DO CENTRO (a, b)**

$$\begin{cases} a = -\frac{A}{2} \\ b = -\frac{B}{2} \end{cases} \Rightarrow (a, b) \Rightarrow \left(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2}\right)$$

• **DETERMINAÇÃO DO RAIOS (R)**

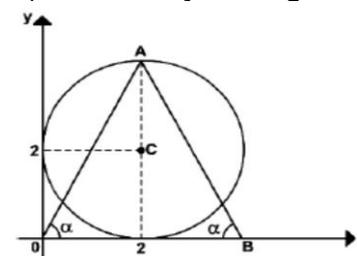
$$a^2 + b^2 - r^2 = C$$

O que resulta:

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 - C}$$

**EXERCICIOS**

1) Com relação ao gráfico abaixo, pede-se:



a) A equação da circunferência de centro C e tangente aos eixos coordenados.

b) A área do triângulo ABO. Res:8

2) Determine as coordenadas do centro e o raio de cada circunferência:

a)  $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$

b)  $(x + 1)^2 + (y - 5)^2 = 4$

c)  $(x - 4)^2 + y^2 = 25$

d)  $x^2 + (y + 5)^2 = 49$

3) determine as coordenadas do centro e o raio de cada circunferência abaixo:

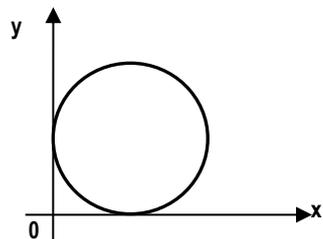
a)  $x^2 + y^2 - 4x - 8y + 19 = 0$

b)  $x^2 + y^2 + 4x - 4y + 4 = 0$

c)  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$

d)  $2x^2 + 2y^2 - 4x + 12y + 10 = 0$

4) Com o projeto SIVAM será implantado um radar com capacidade de captar sinais num raio de 250Km. Um técnico colocou a ação desse radar no sistema de coordenadas cartesianas, conforme figura abaixo. A equação dessa circunferência tangente aos eixos coordenados é:



a)  $(x - 500)^2 + (y - 500)^2 = 500^2$

b)  $(x - 250)^2 + (y - 250)^2 = 500^2$

c)  $(x - 250)^2 + (y - 250)^2 = 250^2$

d)  $(x - 500)^2 + (y - 500)^2 = 250^2$

e)  $x^2 + y^2 = 250^2$

5) Suponha que a área devastada da figura ao lado tenha um formato circular e seu centro considerado no satélite como um ponto de

coordenadas (2,3) correspondendo a certa escala usada para trabalhar com as longitudes e latitudes da terra. A equação da circunferência que limita a clareira é:



a)  $x^2 + y^2 - 2x + 3y - 1 = 0$

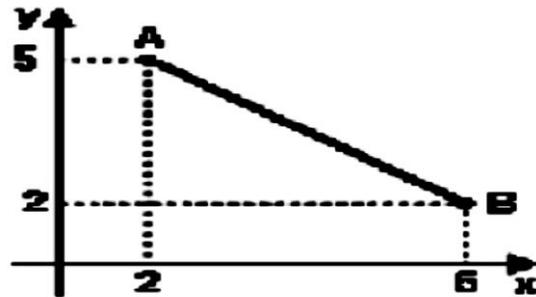
b)  $x^2 + y^2 + 5x + 6y - 231 = 0$

c)  $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 143 = 0$

d)  $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 387 = 0$

e)  $x^2 + y^2 - 6x + 7y - 100 = 0$

6) O segmento AB da figura representa um diâmetro de uma circunferência. A equação dessa circunferência é dada por:



a)  $x^2 + y^2 - 8x - 7y + 20 = 0$  b)  $x^2 + y^2 + 8x - 7y + 20 = 0$

c)  $x^2 + y^2 = 25$  d)  $x^2 + y^2 - 8x - 7y + 22 = 0$

e)  $-x^2 + y^2 + 8x + 7y - 22 = 0$

7) Os primeiros anos do século XX ficaram conhecidos como o início da nuclear, em razão do deslumbramento causado pelas possibilidades da energia nuclear. No entanto, essa energia passou a ser utilizada para fins bélicos. Em 1945, a primeira bomba atômica foi testada pelos EUA em um deserto do novo México. Menos de um mês depois, esse país lançou outra bomba agora sobre a cidade de Hiroshima, no Japão, com um raio de destruição de 2 Km, liberando energia equivalente a 20 mil toneladas de TNT (20 quilotons).

Atualmente, muito se tem discutido acerca da diminuição do número de armas nucleares. Ainda assim, alguns países insistem em desenvolver esse tipo de armamento. Certo



país lançou um míssil, como teste, sobre uma região e devastou uma área de formato circular. O raio de destruição desse míssil foi registrado por meio da equação

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0.$$

Esse raio, em quilômetros, mede:

- a) 2   b) 3   c) 4   d) 5   e) 6

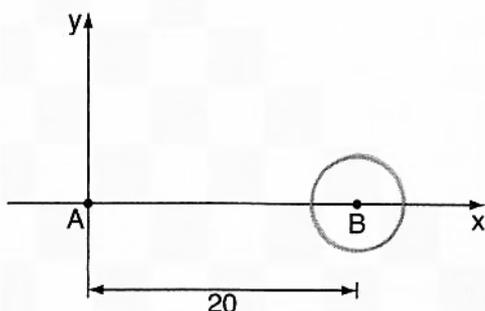
8) (UFAM-AM) A roda de um carro é representada pela equação



$(x - 20)^2 + (y - 15)^2 = 900$ . Sabendo que essa rodada 100 voltas por minuto, então a distância percorrida por um ponto dessa roda em 2 segundos é igual a:

- a)  $30\pi$    b)  $600\pi$    c)  $20\pi$    d)  $60\pi$    e)  $200\pi$

9) A figura abaixo mostra a localização de uma emissora A De TV em uma pequena cidade B. Os sinais da emissora cobrem um círculo de raio  $r$  (em Km) e centro A. O município de centro B tem forma aproximadamente circular com raio de 1Km.

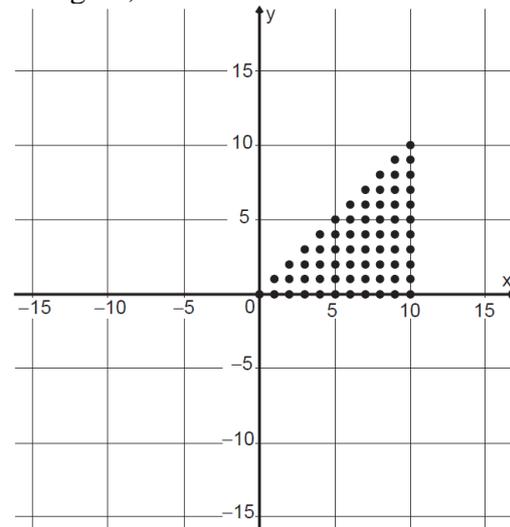


Qual o menor valor de  $r$  para que os sinais de TV possam ser sintonizados por todos os moradores do município B?

- a) 15 Km   b) 18 Km   c) 20 Km   d) 20,5 Km  
e) 21 Km

### QUESTÕES ENEM

1- Para criar um logotipo, um profissional da área de design gráfico deseja construí-lo utilizando o conjunto de pontos do plano na forma de um triângulo, exatamente como mostra a imagem.

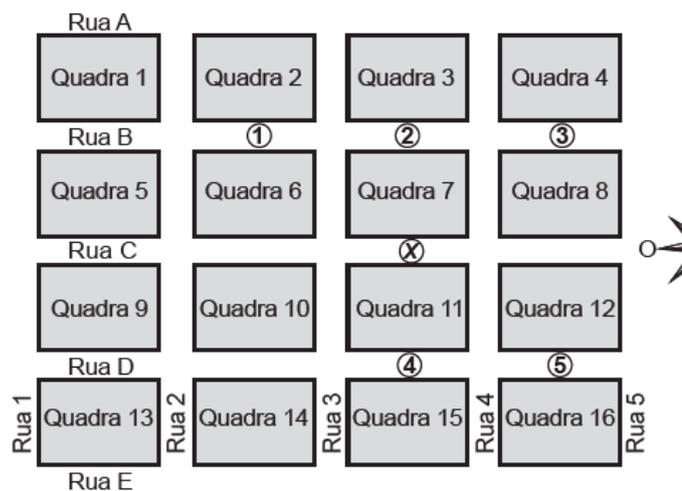


Para construir tal imagem utilizando uma ferramenta gráfica, será necessário escrever algebricamente o conjunto que representa os pontos desse gráfico.

Esse conjunto é dado pelos pares ordenados  $(x;y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ , tais que

- a)  $0 \leq x \leq y \leq 10$   
b)  $0 \leq y \leq x \leq 10$   
c)  $0 \leq x \leq 10, 0 \leq y \leq 10$   
d)  $0 \leq x + y \leq 10$   
e)  $0 \leq x + y \leq 20$

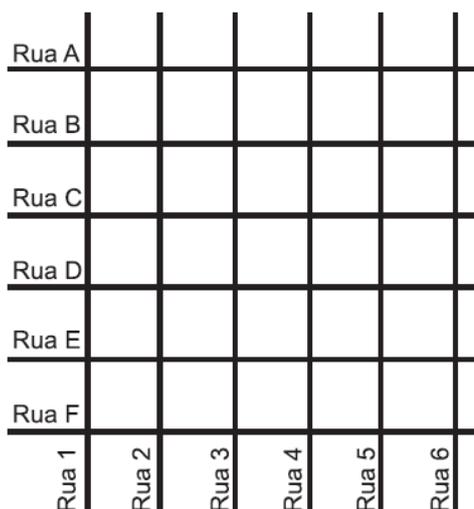
2 - Um menino acaba de se mudar para um novo bairro e deseja ir à padaria. Pediu ajuda a um amigo que lhe forneceu um mapa com pontos numerados, que representam cinco locais de interesse, entre os quais está a padaria. Além disso, o amigo passou as seguintes instruções: a partir do ponto em que você se encontra, representado pela letra X, ande para oeste, vire à direita na primeira rua que encontrar, siga em frente e vire à esquerda na próxima rua. A padaria estará logo a seguir.



A padaria está representada pelo ponto numerado com

- a) 1.
- b) 2.
- c) 3.
- d) 4.
- e) 5.

3 - Uma família resolveu comprar um imóvel num bairro cujas ruas estão representadas na figura. As ruas com nomes de letras são paralelas entre si e perpendiculares às ruas identificadas com números. Todos os quarteirões são quadrados, com as mesmas medidas, e todas as ruas têm a mesma largura, permitindo caminhar somente nas direções vertical e horizontal. Desconsidere a largura das ruas.

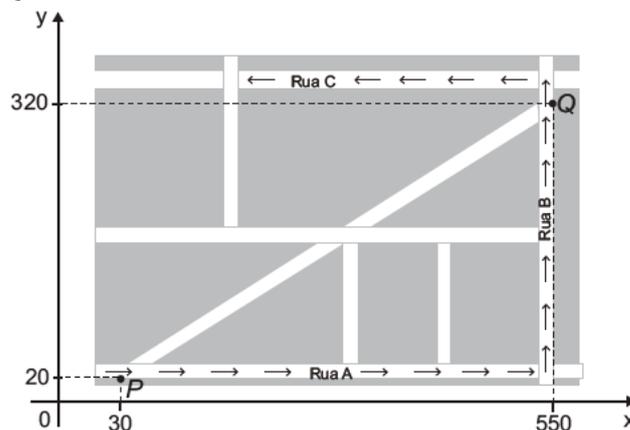


A família pretende que esse imóvel tenha a mesma distância de percurso até o local de trabalho da mãe, localizado na rua 6 com a rua E, o consultório do pai, na rua 2 com a rua E, e a escola das crianças, na rua 4 com a rua A.

Com base nesses dados, o imóvel que atende as pretensões da família deverá ser localizado no encontro das ruas

- a) 3 e C.
- b) 4 e C.
- c) 4 e D.
- d) 4 e E.
- e) 5 e C.

4 - Devido ao aumento do fluxo de passageiros, uma empresa de transporte coletivo urbano está fazendo estudos para a implantação de um novo ponto de parada em uma determinada rota. A figura mostra o percurso, indicado pelas setas, realizado por um ônibus nessa rota e a localização de dois de seus atuais pontos de parada, representados por P e Q.

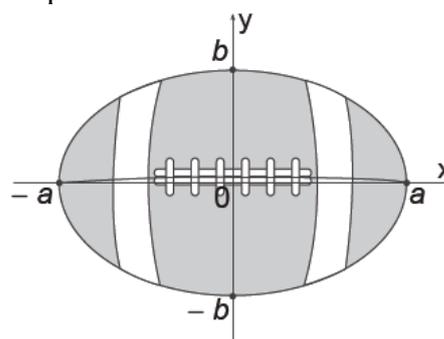


Os estudos indicam que o novo ponto T deverá ser instalado, nesse percurso, entre as paradas já existentes P e Q, de modo que as distâncias percorridas pelo ônibus entre os pontos P e T e entre os pontos T e Q sejam iguais.

De acordo com os dados, as coordenadas do novo ponto de parada são

- a) (290 ; 20).
- b) (410 ; 0).
- c) (410 ; 20).
- d) (440 ; 0).
- e) (440 ; 20).

5 - A figura representa a vista superior de uma bola de futebol americano, cuja forma é um elipsoide obtido pela rotação de uma elipse em torno do eixo das abscissas. Os valores  $a$  e  $b$  são, respectivamente, a metade do seu comprimento horizontal e a metade do seu comprimento vertical. Para essa bola, a diferença entre os comprimentos horizontal e vertical é igual à metade do comprimento vertical.

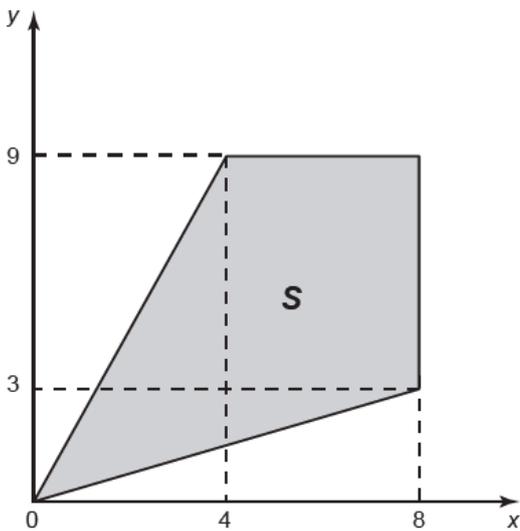


Considere que o volume aproximado dessa bola é dado por  $V = 4ab^2$ .

O volume dessa bola, em função apenas de  $b$ , é dado por

- a)  $8b^3$
- b)  $6b^3$
- c)  $5b^3$
- d)  $4b^3$
- e)  $2b^3$

6 - Uma região de uma fábrica deve ser isolada, pois nela os empregados ficam expostos a riscos de acidentes. Essa região está representada pela porção de cor cinza (quadrilátero de área  $S$ ) na figura.



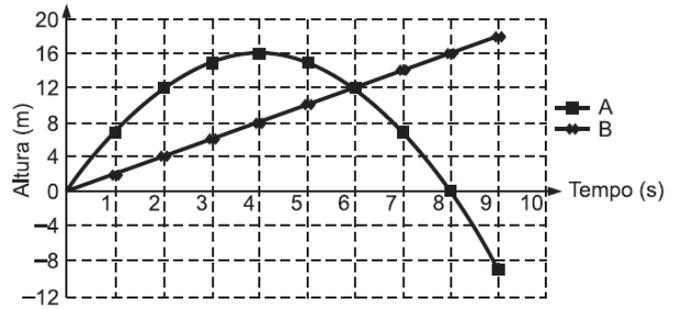
Para que os funcionários sejam orientados sobre a localização da área isolada, cartazes informativos serão afixados por toda a fábrica. Para confeccioná-los, um programador utilizará um *software* que permite desenhar essa região a partir de um conjunto de desigualdades algébricas.

As desigualdades que devem ser utilizadas no referido *software*, para o desenho da região de isolamento, são

- a)  $3y - x \leq 0; 2y - x \geq 0; y \leq 8; x \leq 9$
- b)  $3y - x \leq 0; 2y - x \geq 0; y \leq 9; x \leq 8$
- c)  $3y - x \geq 0; 2y - x \leq 0; y \leq 9; x \leq 8$
- d)  $4y - 9x \leq 0; 8y - 3x \geq 0; y \leq 8; x \leq 9$
- e)  $4y - 9x \leq 0; 8y - 3x \geq 0; y \leq 9; x \leq 8$

7 - Para uma feira de ciências, dois projéteis de foguetes, A e B, estão sendo construídos para serem lançados. O planejamento é que eles sejam lançados juntos, com o objetivo de o projétil B interceptar o A quando esse alcançar sua altura máxima. Para que isso aconteça, um dos projéteis descreverá uma trajetória parabólica, enquanto o outro irá descrever uma trajetória supostamente

retilínea. O gráfico mostra as alturas alcançadas por esses projéteis em função do tempo, nas simulações realizadas.



Com base nessas simulações, observou-se que a trajetória do projétil B deveria ser alterada para que o objetivo fosse alcançado.

Para alcançar o objetivo, o coeficiente angular da reta que representa a trajetória de B deverá

- a) diminuir em 2 unidades.
- b) diminuir em 4 unidades.
- c) aumentar em 2 unidades.
- d) aumentar em 4 unidades.
- e) aumentar em 8 unidades.

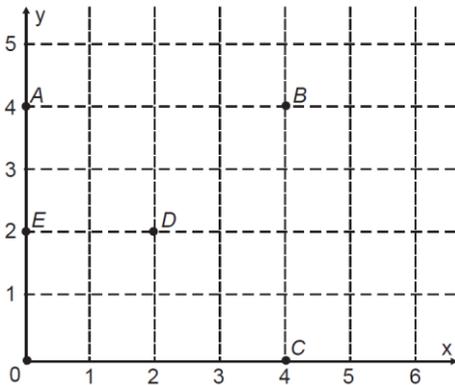
8 - Para apagar os focos A e B de um incêndio, que estavam a uma distância de 30 m um do outro, os bombeiros de um quartel decidiram se posicionar de modo que a distância de um bombeiro ao foco A, de temperatura mais elevada, fosse sempre o dobro da distância desse bombeiro ao foco B, de temperatura menos elevada.

Nestas condições, a maior distância, em metro, que dois bombeiros poderiam ter entre eles é

- a) 30.
- b) 40.
- c) 45.
- d) 60.
- e) 68.

9 - Um jogo pedagógico utiliza-se de uma interface algébrico-geométrica do seguinte modo: os alunos devem eliminar os pontos do plano cartesiano dando "tiros", seguindo trajetórias que devem passar pelos pontos escolhidos. Para dar os tiros, o aluno deve escrever em uma janela do programa a equação cartesiana de uma reta ou de uma circunferência que passa pelos pontos e pela origem do sistema de coordenadas. Se o tiro for dado por meio da equação da circunferência, cada ponto diferente da origem que for atingido vale 2 pontos. Se o tiro for dado por meio da equação de uma reta, cada ponto diferente da origem que for atingido vale 1 ponto.

Em uma situação de jogo, ainda restam os seguintes pontos para serem eliminados: A(0; 4), B(4; 4), C(4; 0), D(2; 2) e E(0; 2).

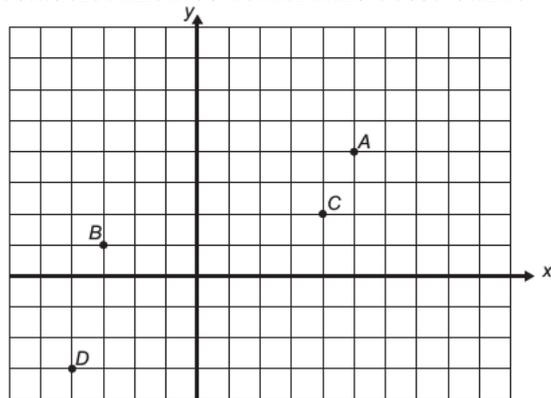


Passando pelo ponto A, qual equação forneceria a maior pontuação?

- a)  $x = 0$
- b)  $y = 0$
- c)  $x^2 + y^2 = 16$
- d)  $x^2 + (y - 2)^2 = 4$
- e)  $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 8$

10 - Considere que os quarteirões de um bairro tenham sido desenhados no sistema cartesiano, sendo a origem o cruzamento das duas ruas mais movimentadas desse bairro. Nesse desenho, as ruas têm suas larguras desconsideradas e todos os quarteirões são quadrados de mesma área e a medida de seu lado é a unidade do sistema.

A seguir há uma representação dessa situação, em que os pontos A, B, C e D representam estabelecimentos comerciais desse bairro.



1 quarteirão:

Suponha que uma rádio comunitária, de fraco sinal, garante área de cobertura para todo estabelecimento que se encontre num ponto cujas coordenadas satisfaçam à inequação:  $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 31 \leq 0$ .

A fim de avaliar a qualidade do sinal, o proporcionar uma futura melhora, a assistência técnica da rádio realizou uma inspeção para saber quais estabelecimentos estavam dentro da área de

cobertura, pois estes conseguem ouvir a rádio enquanto os outros não.

Os estabelecimentos que conseguem ouvir a rádio são apenas

- a) A e C.
- b) B e C.
- c) B e D.
- d) A, B e C.
- e) B, C e D.